ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MAI 1937.

PRÉSIDENCE DE M. Aimé COTTON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Louis Ravaz**, Correspondant pour la Section d'Économie rurale, Directeur de la Station Œnologique de Montpellier.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 19 mai au lieu du lundi 17.

CYTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les conditions dans lesquelles se produit la coloration vitale des vacuoles par le rouge neutre.* Note de MM. **Alexandre Guilliermond** et **Roger Gautheret**.

On sait que le rouge neutre pénètre dans les cellules vivantes et s'accumule dans les vacuoles, coloration essentiellement vitale qui, dès que la cellule meurt, fait place à celle du noyau et du cytoplasme. Afin de démontrer que cette coloration n'est pas nocive et d'établir une meilleure méthode pour suivre l'évolution des vacuoles, l'un de nous a cultivé des Champignons et fait germer des graines dans des milieux additionnés de rouge neutre. Les graines et les Saprolégniacées s'y développent en accumulant le colorant dans leurs vacuoles; par contre, tous les autres Champignons ne se colorent jamais au cours de leur croissance. Il s'agissait d'expliquer pourquoi ces derniers se colorent instantanément entre lame et lamelle, dans une solution de rouge neutre, mais n'accumulent jamais le

colorant en croissant dans un milieu additionné de rouge neutre. Déjà l'un de nous ayant constaté que la coloration vitale par le rouge neutre ne s'effectue qu'au voisinage de la neutralité et ayant démontré, avec Obaton, que la plupart des Champignons acidifient les milieux, à l'exception des Saprolégniacées, avait essayé d'expliquer par ce fait cette différence de comportement. Cette explication ne paraissant pas suffisante, nous avons donc cru devoir entreprendre de nouvelles recherches plus précises sur cette question : celles-ci ont porté sur le *Saccharomyces ellipsoideus*, l'*Oidium lactis*, les Saprolégniacées et les racines de Blé, etc. Nous avons le plus souvent utilisé pour les Champignons une solution de peptone (1 pour 100) et de glucose (1 pour 100) additionnée de 1 à 5^{mg} pour 100 de rouge neutre, à pH échelonnés de 7 à 10.

Nos recherches ont confirmé le rôle essentiel du pH du milieu sur la coloration vitale, mais ont prouvé aussi qu'on ne saurait expliquer le fait que la plupart des Champignons n'accumulent pas le rouge neutre pendant leur croissance par l'acidification qu'ils déterminent dans le milieu. A l'exception des *Saprolegnia*, tous les Champignons acidifient plus ou moins fortement les milieux, mais on peut empêcher cette acidification sans obtenir la coloration des vacuoles. Le *S. ellipsoideus*, par exemple, se colore vitalement à partir de pH 7-7,2; si on le cultive dans un milieu initialement à pH 9, l'acidification est limitée; au bout de 36 heures environ, le pH est encore au-dessus de 7 et cependant la plupart des cellules sont incolores. L'*O. lactis*, qui lui aussi ne se colore qu'à partir de pH 7, peut croître lentement à pH échelonnés de 8 à 9, en acidifiant faiblement le milieu. Les milieux compris entre pH 8,8 et 10,2 sont encore au-dessus de pH 7, au bout de 3 jours, et, à ce moment, le Champignon n'a pas pris le rouge neutre, sauf de rares filaments qui paraissent avoir arrêté leur croissance.

D'autre part, sur milieu gélosé, il se produit une acidification autour de la colonie, se traduisant par un virage du rouge neutre. On pourrait donc expliquer par cette acidification locale, le fait que les cellules n'accumulent pas le rouge neutre, même dans des milieux dont le pH global est encore supérieur à 7. Diverses expériences montrent qu'il n'en est rien. Si des cultures en milieu liquide sont agitées lentement, pendant 24 heures, au moyen d'un dispositif spécial, les cellules ne se colorent pas. Si l'agitation est violente le *S. ellipsoideus* ne se développe plus et prend le rouge neutre, tandis que l'*O. lactis* dont la croissance n'est pas gênée par l'agitation, reste incolore. Dès lors, l'idée vient que le fait de placer des cellules dans

une solution de rouge neutre entre lame et lamelle pourrait inhiber la croissance et que seuls les éléments, qui ne croissent pas, peuvent accumuler le rouge neutre. L'addition au milieu de culture de doses de formol suffisantes pour inhiber la croissance sans tuer les cellules, nous a permis d'obtenir, au bout de 24 heures, la coloration vitale de la plupart des cellules de *S. ellipsoideus* et d'*O. lactis*.

Pour mieux analyser ce phénomène, nous avons cultivé le *S. ellipsoideus* dans des chambres de Ranvier modifiées par l'un de nous, en milieu gélosé additionné de rouge neutre (4^{mg} pour 100), à des pH échelonnés de 7,4 à 8,2. Les cultures étaient observées sous le microscope aussitôt après l'ensemencement. Au début, toutes les cellules accumulaient le rouge neutre dans leurs vacuoles. En repérant ces cellules à l'aide d'un quadrillage, nous avons constaté qu'au bout de 3 heures et demie, les vacuoles se décolorent et, lorsque la décoloration fut achevée, les cellules se mirent à bourgeonner. La même expérience, répétée avec l'*O. lactis* aboutit à un résultat identique. Ceci apporte donc la preuve formelle que la coloration vitale des vacuoles ne peut se faire que dans les cellules ayant arrêté leur croissance. Au début de l'ensemencement, il y a une période de latence pendant laquelle la croissance s'arrête et les cellules accumulent le rouge neutre, puis les cellules se décolorent, immédiatement avant de commencer leur croissance.

Nous avons complété ces expériences par des cultures d'*O. lactis* sur des milieux fortement tamponnés par PO^4K^2H, très pauvres en substances nutritives, additionnés de rouge neutre (4^{mg} pour 100) et à pH échelonnés de 7,4 à 7,8. Dans ces conditions, le Champignon ne subit qu'un faible développement et, lorsque celui-ci cesse, la plupart des filaments accumulent le rouge neutre et restent colorés. Les résultats sont semblables sur gélose pure.

Un *Penicillium* va nous servir d'intermédiaire entre ces deux Champignons et les Saprolégniacées. Cultivé sur peptone-glucose additionné de rouge neutre, à pH supérieur à 7, il se comporte exactement comme l'*O. lactis* et le *S. ellipsoideus* : il n'accumule pas le rouge neutre. Cependant, sur milieu additionné de rouge neutre, dépourvu de substances nutritives (gélose pure ou eau), il pousse faiblement et se colore intensément, sauf dans la zone périphérique où les filaments sont en voie de croissance; il arrive même que certaines extrémités de filaments ont leurs vacuoles colorées alors qu'elles continuent à croître. Les *Saprolegnia* se comportent différemment. Sur bouillon de Soja gélosé, additionné de 1^{mg} pour 100 de

rouge neutre, par exemple, le *S. diclina* accumule ce colorant pendant sa croissance : cependant, au bout de 12 jours, les filaments se décolorent. Sur des milieux beaucoup plus favorables (peptone 1 pour 100 gélosée, additionné de 1 à 2^{mg} pour 100 de rouge neutre, à pH allant de 7 à 8,4), tous les filaments se colorent au début de la culture, mais, au bout de 48 heures, le mycélium se décolore complètement, en même temps qu'il prend un développement luxuriant. Le *Saprolegnia*, *S. species* Chaze, croît d'une manière moins active. Sur bouillon de Soja gélosé ou sur gélose pure, il reste coloré pendant toute sa croissance, mais sur peptone, il se décolore au bout de 4 jours. Il existe donc ici encore un rapport entre la coloration vitale et la croissance. Ces Champignons poussent toujours en accumulant le rouge neutre, mais, dans les milieux très riches, où ils acquièrent un développement considérable, il arrive toujours qu'au maximum de croissance tout le mycélium se décolore. Ce n'est que dans les milieux pauvres que la coloration persiste.

Nos expériences sur les racines de Blé ont consisté à faire germer aseptiquement des graines de cette plante sur bouillon de Soja gélosé additionné de rouge neutre (1 à 2^{mg} pour 100), en boîtes de Petri. Au bout de 3 jours, les graines germent et les racines, dont la croissance est très active, montrent, dans toutes les cellules de leur méristème et de leur coiffe, une superbe coloration de leurs vacuoles. Quant aux poils absorbants, ils déterminent autour d'eux une acidification du milieu et ne se colorent que dans des milieux de pH très élevés. Mais, au bout de quelques jours, les cellules du méristème finissent par se décolorer et seules les cellules de coiffe, qui ne croissent pas sensiblement, restent colorées. En outre, les radicelles qui se forment à ce moment ne montrent plus aucune coloration de leurs vacuoles.

Ainsi, il ressort de nos expériences que pour la plupart de nos Champignons, la coloration vitale des vacuoles n'est possible, à partir d'un pH 7, que dans les cellules qui ont arrêté leur croissance; dès que les cellules se mettent à croître, elles se décolorent et, à partir de ce moment, ne se colorent plus, tant que dure la croissance. Les *Saprolegnia* et les racines de Blé se comportent différemment et accumulent toujours le rouge neutre, au début de leur croissance, à un pH favorable, mais leurs vacuoles se décolorent généralement au bout d'un certain temps qui, pour les *Saprolegnia*, est d'autant plus long que le milieu est plus pauvre, que la croissance est moins active et que le Champignon est moins vigoureux. Il resterait à expliquer le mécanisme de la décoloration des vacuoles. Le rouge neutre a un potentiel d'oxydo-réduction qui ne permet guère d'envisager la possibilité de sa

réduction dans les vacuoles. D'ailleurs, en cultivant l'*O. lactis* en chambre de Ranvier, à l'abri de l'air, dans des milieux additionnés de 5^{mg} pour 100 de rouge neutre, nous n'avons constaté aucune réduction du colorant. Dans des expériences semblables faites avec le bleu de crésyl, le colorant fut, au contraire, réduit et put être réoxydé à l'air. Il n'y a donc que deux hypothèses possibles : ou bien le rouge neutre est détruit par les Champignons ou bien il est rejeté hors des cellules. Nous espérons que des expériences, actuellement en cours, nous permettront de résoudre ce problème.

ASTRONOMIE. — *Sur la disparition de la comète de Biéla.*
Note [1] de MM. **Jean Bosler** et **Henri Roure**.

A diverses reprises on a vu des comètes être l'objet de transformations considérables qui ont parfois abouti à leur dislocation en deux ou plusieurs autres astres parcourant à peu de chose près la même orbite. Souvent aussi la matière de la queue a paru éprouver d'étranges altérations, de brusques distorsions pouvant aller jusqu'à sa disparition complète : l'exemple de la comète Morehouse en 1908 est à cet égard bien connu.

Des phénomènes de ce genre sont donc fréquemment signalés; mais un des plus remarquables de tous a été, vers les premiers jours de 1846, le dédoublement de la comète de Biéla. Rappelons brièvement les faits.

1. La comète de Biéla [2], découverte en 1826, avait pourtant, on le reconnut après coup, été observée auparavant sous d'autres noms; mais elle n'avait jamais rien manifesté qui la signalât à l'attention. Aussi la surprise fut-elle grande lorsque, le 13 janvier 1846, le Lieut[t] M. F. Maury, Directeur de l'Observatoire naval de Washington, annonça que la comète observée un peu partout en décembre 1845 et qui, la veille même, lui avait paru ressembler à toutes les autres, s'était tout à coup dédoublée... Les deux composantes, pourvues chacune d'un noyau, d'une chevelure et d'une petite queue, allèrent en se séparant de plus en plus jusqu'au moment où les observations devinrent impossibles. Au retour suivant, en 1852, les deux comètes furent encore vues à de nombreuses reprises. Les conditions étaient défavorables en 1859; mais en 1866, bien qu'elles fussent bonnes, ni la comète principale, ni sa compagne ne furent aperçues nulle part. Le

(1) Séance du 3 mai 1937.

(2) Charles P. Olivier, *Comets*, Londres, 1930, p. 127 et suiv.

27 novembre 1872, la comète devait, d'après les calculs, rencontrer non seulement l'orbite de la Terre mais la Terre elle-même.... On ne vit toujours pas de comètes ([3]) : une magnifique pluie d'étoiles filantes, les Biélides ou Andromédides, avait pris leur place. L'averse se reproduisit à la même date en 1885, splendide également, puis plus faible en 1892 et peut-être en 1899 : elle ne paraît plus guère s'être renouvelée depuis. Quant à la comète, elle a définitivement disparu.

2. Quelle a été maintenant la cause du dédoublement de 1845-1846 ?

On a allégué des « forces intérieures », des phénomènes électriques ou d'énigmatiques influences cathodiques.... La question n'a jamais été tranchée; mais plusieurs personnes ont vaguement soupçonné, le plus souvent, il est vrai, sans en donner de raisons, une rencontre avec quelque essaim d'étoiles filantes que la comète avait dû traverser. On trouve pourtant cette idée clairement énoncée dans une courte Note de C. Bruhns ([4]) de 1867, intitulée *Einige Bemerkungen über Cometen*, titre qui contribua, croyons-nous, à la faire passer inaperçue. Bruhns signale que la comète de Biéla a dû passer, vers le 2,8 janvier 1846, à une distance de 0,05 de l'orbite des Léonides que Schiaparelli venait de rattacher à la comète de Tempel 1866, I. — Nous nous sommes proposé de vérifier et de préciser, si possible, ce curieux rapprochement.

3. Le mieux dans des cas semblables, étant donné que le plus souvent, pour deux orbites prises au hasard, on voit difficilement, à priori, s'il a pu ou non y avoir proximité, paraît être de recourir à la Géométrie descriptive. C'est ce que nous avons fait. On obtient ainsi une première idée du résultat : il devient alors plus aisé de procéder à un calcul numérique. Celui-ci peut se faire en prenant comme variables indépendantes les deux anomalies excentriques et en exprimant, en fonction de celles-ci, la distance de deux points des deux orbites. Laissant fixe une des anomalies, on cherche le minimum relatif à l'autre; puis, en revenant à la première, par approximations successives, on arrive sans peine au minimum final ([5]).

([3]) Un petit objet aperçu aux Indes par Pogson en était peut-être un fragment...

([4]) *Astronomische Nachrichten*, **68**, 1867, p. 365. — D. Kirkwood (*Meteoric Astronomy*, Philadelphie, 1867) cite la remarque de Bruhns, mais sans dire où elle fut publiée. Il paraît d'ailleurs avoir ensuite changé d'avis, car il ne la mentionne même plus dans *Comets and Meteors* (1873, même ville), où il revient pourtant sur la comète de Biéla et sur les Léonides.

([5]) Notre épure et le détail de nos calculs seront publiés ailleurs.

Nous avons choisi comme éléments de la comète de Biéla, rapportés à l'équinoxe 1846,0, ceux de J. S. Hubbard (⁶) :

$$T = 1846 \text{ Févr. } 10{,}99966 \text{ (T. m. Paris)}, \quad \omega = 223^\circ 8' 38'', \quad \Omega = 245^\circ 54' 15'',$$
$$i = 12^\circ 34' 53'', \quad q = 0{,}8564457, \quad e = 0{,}7566625.$$

Pour les Léonides, nous sommes partis des recherches de G. Johnstone Stoney et A. M. W. Downing (⁷) sur les perturbations éprouvées par l'essaim du fait de Jupiter, Saturne et Uranus. Ce travail nous a conduits à adopter, pour l'orbite des Léonides, rapportée à 1846,0 :

$$\omega = 188^\circ 1' 42'', \quad \Omega = 230^\circ 3' 42'', \quad i = 163^\circ 3' 44'',$$
$$q = 0{,}993569, \quad e = 0{,}903512.$$

Nous avons ainsi pu établir que, le 6 janvier 1846, à $20^h 44^m$, la distance de la comète de Biéla à l'orbite moyenne de l'essaim n'était que de 0,0138 unités astronomiques. Les deux rayons vecteurs étaient alors, pour la comète, 1,021 et, pour l'orbite des Léonides, 1,013.

L'orbite des Léonides n'est pas connue avec beaucoup de précision, il suffirait d'altérations légères pour diminuer le chiffre trouvé. De plus, non seulement les deux orbites se sont presque coupées, éventualité déjà peu probable à priori, mais cette quasi rencontre a eu lieu, à peu de chose près, à l'époque voulue (⁸), ce qui en accroît beaucoup la signification.

Il ne paraît donc guère douteux qu'en 1846, aux environs du jour où la dislocation a été signalée, la comète de Biéla n'ait rencontré des météores des Léonides. D'ailleurs cet essaim, maintenant de moins en moins riche, avait manifesté au dernier siècle une activité restée célèbre.

4. On pourrait remarquer que les Léonides ne semblent pas, comme les Perséides, à peu près uniformément réparties le long de leur orbite : une

---

(⁶) J. G. Galle, *Verzeichniss der Elemente der bisher berechneten Cometenbahnen*, Leipzig, 1894, p. 60.

(⁷) *Astronomische Nachrichten*, **149**, 1899, p. 33.

(⁸) C'est le 13 janvier 1846 que Maury vit le dédoublement, qu'il annonça le premier (*American Journal of Science*, 2ᵉ série, 1, 1846, p. 293 et 446). Le 12, il mesura la position de la comète et ne remarqua rien (*Astronomical Journal*, 1, 1850, p. 135). Sa lunette avait un objectif de 24^{cm} et la comète était de grandeur 9-10. Or, le 29 décembre 1845, Fr. Bradley et E.-C. Herrick, observant à Yale avec une lunette de $12^{cm},5$, avaient, dit-on, reconnu le dédoublement (*American Journal, loc. cit.*), que l'on fixe d'ordinaire à cette date. Mais cette observation, publiée après coup, avait été faite par des amateurs, avec un instrument bien inférieur à celui de Maury. Quoi qu'il en soit, l'époque approximative du dédoublement diffère peu de celle donnée par nous.

condensation revient à son nœud tous les 33 ans. Mais, en dehors [9] de l'essaim proprement dit, dont l'épaisseur n'est guère que de 0,004 u.a., il y a aussi, sur la même orbite, d'autres météores, partout disséminés, qui produisent chaque année une faible averse météorique durant *plusieurs jours*. Ces météores doivent provenir surtout des rencontres passées de la Terre avec le gros de l'essaim : les étoiles filantes individuelles, déviées de leur route du fait de l'attraction terrestre et accélérées ou retardées par elle, en arrivent ainsi peu à peu à se disséminer tout le long de l'orbite. Ce sont sans doute celles-là qui ont été fatales à la comète de Biéla.

A chacun de ses retours successifs, tous les 6 ans et 7 mois, la comète (ou ses composantes) rencontrait à nouveau l'orbite des Léonides; cette répétition a vraisemblablement suffi à amener sa disparition définitive.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie :

1° d'un Ouvrage intitulé *Matière et Lumière* qu'il vient de publier et qui est le premier volume d'une nouvelle collection nommée *Sciences d'aujourd'hui*, dont le directeur est M. André George;

2° d'un Ouvrage intitulé *Le droit des savants*, par M. Paul Olagnier, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Aug. Lameere** fait hommage à l'Académie du Tome V, fasc. 2 de son *Précis de Zoologie : Les Lépidoptères*.

M. **Georges Perrier** remet à l'Académie une biographie de *Pedro Vicente Maldonado*, par M. Nicolás Espinosa Cordero, publiée à Cuenca (Équateur) à l'occasion du deuxième centenaire de la Mission des Académiciens français dans la Présidence de Quito (1735-1744).

Cette Mission, dont les protagonistes furent les Académiciens Bouguer, La Condamine et Godin, mesura sous l'équateur un arc de méridien de 3 degrés d'amplitude. La longueur du degré sous l'équateur, comparée à la longueur du degré en Laponie, déterminée à la même époque par les Académiciens Maupertuis et Clairaut, donna une confirmation éclatante à l'hypothèse de Newton, qui avait assigné à la terre la forme d'un ellipsoïde de révolution aplati aux pôles.

L'œuvre de Cordero donne les renseignements les plus intéressants sur la vie de Maldonado.

---

[9] J. Stoney et Downing, *loc. cit.*, p. 34.

Maldonado, né à Riobamba (Équateur) en 1709, montra dans son enfance des dispositions scientifiques remarquables et fut un géographe éminent, un des hommes les plus illustres de l'Amérique espagnole. Il devint, tout jeune, gouverneur de la région des Atacames, située entre Quito et l'Océan Pacifique ; il s'employa activement toute sa vie à construire à travers cette région, couverte d'épaisses forêts vierges, un chemin direct entre Quito et l'Océan. Il vécut dans l'intimité des Académiciens et fut spécialement lié avec La Condamine qu'il accompagna dans son voyage de retour en France par la rivière des Amazones.

Arrivé en Europe, il fut nommé Correspondant de La Condamine à l'Académie royale des Sciences en 1747 et suivit la même année l'Ambassadeur d'Espagne qui accompagnait le roi Louis XV dans la campagne des Pays-Bas. Il assista à la bataille de Lawfeld et au siège de Berg-Op-Zoom. Il nous a laissé sur cette campagne d'intéressantes lettres. Il est l'auteur de la première carte de la Présidence de Quito, aujourd'hui République de l'Équateur, appuyée sur ses propres reconnaissances et sur le réseau trigonométrique de la Mission des Académiciens, œuvre posthume, publiée par les soins de La Condamine après la mort de Maldonado. Au moment où il allait regagner sa patrie, il mourut prématurément à Londres en 1748. Sa statue a été érigée sur la place principale de sa ville natale, Riobamba.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Botanique en remplacement de M. *J. Costantin* décédé.

Le nombre de votants étant 56, le scrutin donne les résultats suivants :

	1er tour.	2e tour.
M. Auguste Chevalier................	23	33
M. Paul Guérin......................	19	15
M. Henri Colin......................	14	7
Bulletin blanc......................	»	1

M. **Auguste Chevalier**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à désigner un de ses Membres qui remplacera dans le Conseil National des Recherches Scientifiques et Industrielles et des Inventions, M. *P. Janet* décédé.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui désigner six de ses Membres qui feront partie du Conseil de l'Observatoire de Paris, conformément au décret du 15 janvier 1927.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° V. V. Ginsbourg. *Les monts Tadjiks, Matériaux sur l'anthropologie des Tadjiks de Carateguine et Darvaz* (en langue russe).

2° G. Dupont. *Cours de Chimie industrielle.* Tome IV. *Industries organiques.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités en chaîne.* Note (¹) de MM. **Nicolas Kryloff** et **Nicolas Bogolioùboff**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Nous allons considérer ici les suites d'épreuves répétées faites avec un système quelconque S pouvant prendre des états appartenant à une certaine multiplicité Ω.

Nous supposons que la suite des états $x, x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$, que peut prendre S dans une suite d'épreuves successives, est régie par une loi des probabilités en chaîne. Autrement dit, nous supposons qu'il existe (²) une probabilité $P(x, \mathfrak{U})$ pour que le système se trouvant à une épreuve à

(¹) Séance du 3 mai 1937.

(²) D'accord avec les axiomes usuels du calcul des probabilités, nous admettons qu'il existe un système (F) des sous-ensemble de Ω (contenant Ω comme son élément) qui forme un corps de Borel et que $P(x, \mathfrak{U})$ pour x fixe est une fonction non négative d'ensemble $\mathfrak{U}$, absolument additive sur (F) et telle que $P(x, \Omega) = 1$. Nous supposons aussi que, pour $\mathfrak{U}$ fixe, $P(x, \mathfrak{U})$ est une fonction de x mesurable par rapport au système (F).

l'état x prenne à l'épreuve suivante un état appartenant à un ensemble $\mathfrak{V}$ de Ω.

Envisageons maintenant l'espace linéaire [3] L_Ω des fonctions bornées $f(x)$ définies dans Ω et considérons dans cet espace un opérateur linéaire T faisant correspondre à une fonction $f(x)$, une fonction

$$f_1(x) = \int_\Omega f(y)\, P(x, dy).$$

Nous supposons qu'on peut indiquer un entier positif K et un opérateur linéaire complètement continu [4] V, défini dans L_Ω de façon que $\| T^k - V \| < 1$. Il est à remarquer que cette seule condition restrictive que nous allons imposer ici sur la loi des probabilités en chaîne est très générale, étant donné que pour toutes les valeurs entières et positives de K, $\| T^k \| = 1$.

Cela étant, envisageons une mesure de probabilité m [5]. Nous dirons que m est une mesure invariante si identiquement

$$m(\mathfrak{U}) = \int P(x, \mathfrak{U})\, m(dx).$$

Nous dirons qu'une mesure invariante m est transitive si elle ne peut pas être présentée sous la forme $c_1 m_1 + c_2 m_2$, où c_1, c_2 sont des nombres essentiellement positifs tels que $c_1 + c_2 = 1$ et où m_1, m_2 sont deux différentes mesures invariantes.

Soit $\mathfrak{R}$ l'ensemble de toutes les mesures invariantes. Il serait facile de voir que $\mathfrak{R}$ est un corps convexe à un nombre fini de dimensions. Les points extrêmes de $\mathfrak{R}$ et ces points seulement sont les mesures transitives. Le résultat fondamental que nous avons obtenu est que $\mathfrak{R}$ *est un simplex*.

Nous avons démontré de plus que *les opérateurs itérés* T^n *convergent* (pour $n \to \infty$) *au sens de Cesaro vers un opérateur limite* T_∞

$$\left\| \frac{1}{n} \sum_{q=1}^{n} T^q - T_\infty \right\| \leq \frac{M}{n}; \qquad M = \text{const.},$$

(3) L'espace L_Ω est obtenu en introduisant la norme $\|f\| = \sup |f(x)|$ $(x \in \Omega)$ dans la multiplicité linéaire de toutes les fonctions bornées et mesurables par rapport au système (F), définies dans Ω. L'espace L_Ω est évidemment un espace du type de Banach.

(4) On dit qu'un opérateur linéaire est complètement continu (vollstetig) s'il transforme la sphère $\|f\| \leq 1$ de l'espace L_Ω dans un ensemble compact.

(5) On dit qu'une fonction non négative d'ensemble $m(\mathfrak{U})$ absolument additive sur le système (F) est une mesure de probabilité si $m(\Omega) = 1$.

lequel est de la forme

$$T_\infty\{f\} = \sum_{q=1}^{\alpha+1} \varphi_q(x) \int_\Omega f \, dm_q,$$

où α est le nombre des dimensions du simplex $\mathfrak{N}$; $m_1, \ldots, m_{\alpha+1}$ ses points extrêmes (les mesures transitives) et où $\varphi_1, \ldots, \varphi_{\alpha+1}$ sont les fonctions non négatives telles que

$$\sum_{q=1}^{\alpha+1} \varphi_q(x) = 1; \quad \varphi_q = T\{\varphi_q\}, \quad \int_\Omega \varphi_q \, dm_r = \begin{cases} 1, & \text{si } q = r, \\ 0, & \text{si } q \neq r. \end{cases}$$

Soit $\mathfrak{C}_k (k = 1, \ldots, \alpha + 1)$ l'ensemble de tous les points de Ω pour lesquels $\varphi_k(x) = 1$. En vertu des propriétés des fonctions φ_k, il est clair que ces ensembles sont deux à deux sans points communs et que la $k^{\text{ième}}$ mesure transitive m_k est localisée entièrement sur $\mathfrak{C}_k$ de sorte que $m_k(\mathfrak{C}_k) = 1$, $m_k(\Omega - \mathfrak{C}_k) = 0$. Par conséquent les ensembles $\mathfrak{C}_1, \ldots, \mathfrak{C}_{\alpha+1}$ sont invariants dans le sens que la probabilité, pour que le système S se trouvant à une épreuve à un état x de $\mathfrak{C}_q$ prend à l'épreuve suivant un état n'appartenant pas à $\mathfrak{C}_q$, est nulle,

$$P(x, \Omega - \mathfrak{C}_q) = 0, \quad \text{si} \quad x \in \mathfrak{C}_q.$$

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les courbes planes topologiquement homogènes.* Note [1] de M. Z. **Waraszkiewicz**, présentée par M. Émile Borel.

L'ensemble s'appelle *topologiquement homogène* si, pour chaque couple x et y de ses points, il existe une transformation homéomorphe de l'ensemble en lui-même telle que l'image du point x soit y. Je vais employer dans ce qui suit le terme *transformation automorphe* pour désigner une transformation homéomorphe d'un ensemble en lui-même.

Je présente dans cette Communication le théorème suivant :

Tout continu plan topologiquement homogène est une courbe simple fermée [2].

---

[1] Séance du 12 avril 1937.

[2] Ce théorème constitue la solution du problème de MM. Knaster et Kuratowski (*Fund. Math.*, 1, 1920, p. 223). Voir aussi M. Mazurkiewicz (*Fund. Math.*, 5, 1923, p. 146).

Je me borne ici à donner quelque idée de la démonstration. Elle se compose de deux parties dont la première, qui ne profite que de l'homogénéité locale, permet de restreindre la classe des continus considérés à celle des coupures irréductibles du plan telles que tout sous-continu en est un arc simple ou bien un continu indécomposable ([3]). Or cette seconde hypothèse est impossible, puisque chaque transformation automorphe de la courbe dont toute courbe partielle est indécomposable se réduit à l'identité, de sorte que l'on peut ne considérer que les coupures irréductibles du plan dont chaque courbe partielle est un arc simple. La classe de ces courbes sera désignée par Γ.

Définition 1. — Étant donné dans le plan deux arcs simples $\widehat{ab}$ et $\widehat{a_1 b}$ ayant l'extrémité b commune, soit $\sigma(\widehat{ab}, \widehat{a_1 b})$ la limite inférieure des nombres λ définis comme il suit : il existe dans le plan un arc $\widehat{\alpha\beta}$ et deux transformations continues f et φ qui transforment cet arc en $\widehat{ab}$ et $\widehat{a_1 b}$ respectivement, telle que $f(\alpha) = a$, $\varphi(\alpha) = a_1$, $f(\beta) = \varphi(\beta) = b$ et

$$\left.\begin{array}{l}\max\limits_{x \in \widehat{\alpha\beta}} r[x, f(x)] \\ \max\limits_{x \in \widehat{\alpha\beta}} r[x, \varphi(x)]\end{array}\right\} \leqq \lambda. \quad ([4]).$$

Définition 2. — Le point x de la courbe $C \in \Gamma$ est dit son *point de retour* d'ordre ε, si, pour chaque couple de ses arcs partiels $\widehat{xy}$ et $\widehat{xy_1}$, l'inégalité

$$r(C, \widehat{xy} + \widehat{xy_1}) > \varepsilon$$

entraîne l'existence dans un des arcs $\widehat{xy}$, $\widehat{xy_1}$, par exemple dans $\widehat{xy}$, d'un arc partiel $\widehat{xy_2}$ tel que l'inégalité

$$\sigma(\widehat{xy_2}, \widehat{xy_1}) < \varepsilon$$

se trouve vérifiée. Le point x est dit *point de retour* tout court, si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe dans C un point de retour d'ordre ε, soit x', tel que l'on ait $r(x, x') < \varepsilon$.

([3]) Le continu s'appelle, d'après L. E. J. Brouwer, *indécomposable* s'il n'est pas somme de deux continus différents de lui.

([4]) $r(X, Y)$ désigne la distance des ensembles X et Y au sens de M. Hausdorff.

J'ai démontré ([5]) qu'aucune courbe de la classe Γ indécomposable et sans points de retour n'est homogène. Or toute courbe de la classe Γ, en dehors de la ligne simple fermée, étant indécomposable, je peux dans la suite ne considérer que les courbes de Γ indécomposables et dont chaque point est un point de retour. Cette classe sera nommée Γ_1. La démonstration du fait qu'aucune courbe de Γ_1 n'est homogène repose sur le lemme suivant :

Étant donné une courbe $C \in \Gamma_1$, *toute transformation automorphe* $F(x)$ *de* C, *conservant un composant* ([6]) S *de cette courbe, est une involution et possède un point* $y \in S$ *fixe* [*c'est-à-dire qu'on a* $FF(x) = x$ *pour tout point* $x \in C$ *et* $F(y) = y$].

Si une courbe C de Γ_1 était homogène, alors il existerait un couple des transformations automorphes F_1, F_2 de cette courbe, conservant un composant S de C et telles que $F_1 \neq 0 \neq F_2$ et $F_3 \equiv F_1^{-1}F_2 \neq 0$. En vertu du lemme, chacune des transformations F_i (ou $i = 1, 2, 3$) est une involution avec un point fixe $\xi_i \in S$. On a donc

$$\xi_i \in \widehat{\xi F_i}(\xi) \qquad \textit{pour tout point } \xi \in S.$$

Or l'égalité $F_1(\xi_3) = F_2(\xi_3)$ montre qu'il n'y a que deux cas possibles d'arrangement des points ξ_i sur S : 1° ξ_1, ξ_2, ξ_3; 2° ξ_3, ξ_1, ξ_2. Dans le premier cas nous constatons immédiatement que l'arc $\widehat{\xi_1 F_3}(\xi_1)$ ne contient pas le point ξ_3, dans le second que c'est le cas de l'arc $\widehat{\xi_2 F_3}(\xi_2)$, d'où la contradiction. C. Q. F. D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation d'un théorème de M. Valiron.* Note de M. **Chi-Tai Chuang**, présentée par M. Jacques Hadamard.

M. Valiron ([1]) a donné une généralisation du théorème classique de Schottky et un critère de normalité pour les familles de fonctions

([5]) *Wiadomosci Matematyczne*, 43, 1937, p. 1-57 (en polonais).

([6]) Le *composant* d'un continu indécomposable C correspondant à un de ses points est la somme de tous les sous-continus de C différents de lui qui passent par ce point.

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1825.

méromorphes, qui contient comme cas particulier un théorème [2] de M. Miranda. En utilisant la méthode de M. Miranda (*loc. cit.*), et en me basant sur quelques propriétés fondamentales des équations différentielles linéaires, j'ai obtenu les résultats suivants qui généralisent dans un certain sens les théorèmes de M. Valiron :

I. *$a_0(z)$, $a_1(z)$, ..., $a_q(z)$ ($q \geqq 0$) étant des fonctions holomorphes données pour $|z| < 1$, où $a_q(z)$ ne s'annule pas, si $f(z)$ est holomorphe pour $|z| < 1$, et si les équations*

$$f(z) = 0, \qquad a_0(z) f(z) + a_1(z) f'(z) + \ldots + a_q(z) f^{(q)}(z) = 1$$

n'y ont pas de racines, $f'(z)$, ..., $f^{(q)}(z)$ étant les dérivées de $f(z)$, on a

$$\text{(I)} \quad |\log M(r, f)| < \frac{C}{(R-r)^3}\left[\left|\log|f(0)|\right| + \overset{+}{\log} M\left(R, \frac{1}{a_q}\right) + \sum_{i=0}^{q} M\left(R, \frac{a_i}{a_q}\right) \log\frac{2}{R-r}\right]$$

pour $0 < r < R < 1$, où C est une constante ne dépendant que de q et des fonctions $a_0(z)$, $a_1(z)$, ..., $a_q(z)$, et $M(r, f)$ désigne le maximum de $|f(z)|$ pour $|z| \leqq r$.

Ce théorème restera vrai en remplaçant dans l'inégalité (I) le facteur $(R-r)^{-3}$ par $(R-r)^{-1}$, pourvu qu'on suppose que la constante C puisse varier avec $f(z)$.

On déduit du théorème I, par un procédé donné par M. Valiron (*loc. cit.*), en tenant compte d'une propriété des familles quasi normales de fonctions holomorphes, le suivant :

II. *$a_0(z)$, $a_1(z)$, ..., $a_q(z)$, $b(z)$, $c(z)$, ($q \geqq 0$) étant des fonctions holomorphes données dans un domaine (D), où $a_q(z) \not\equiv 0$ et*

$$a_0(z) b(z) + a_1(z) b'(z) + \ldots + a_q(z) b^{(q)}(z) \not\equiv c(z),$$

si les $f(z)$ sont holomorphes dans (D), et si les équations

$$f(z) = b(z), \qquad a_0(z) f(z) + a_1(z) f'(z) + \ldots + a_q(z) f^{(q)}(z) = c(z)$$

n'y ont pas de racines, la famille $f(z)$ est normale dans (D).

On a établi aussi ce théorème directement par la méthode de M. Miranda.

---

[2] *Bulletin de la Soc. Math. de France*, 63, 1935, p. 185.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'itération de certaines substitutions linéaires.* Note de M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Soient des nombres a_{ik} $(i, k = 1, 2, \ldots, \infty)$ satisfaisant à la condition $\sum_{i,k} |a_{ik}|^2 < \infty$; considérons la substitution A, définie par les formules $y_i = \sum_k a_{ik} x_k$, et ses itérées successives A^n, de coefficients $a^n_{ik} = \sum_j a_{ij} a^{n-1}_{jk}$, $a^1_{ik} = a_{ik}$. On montre (²) que la considération d'une telle substitution et de ses itérées est absolument équivalente à celle d'un noyau de Fredholm de carré doublement sommable et de ses itérées; les problèmes et les résultats suivants se transposeraient donc immédiatement dans la théorie des équations intégrales. Comme les noyaux de Fredholm, la substitution A possède des substitutions principales A_1, A_2, ..., A_j, ..., des valeurs fondamentales correspondantes λ_1, λ_2, ..., λ_j, ..., et deux groupes de *systèmes principaux* dont l'un sera *de droite* et l'autre *de gauche*. Considérons par exemple le groupe de droite : soient $\varphi^{q_{j-1}+1}$, $\varphi^{q_{j-1}+2}$, ..., φ^{q_j} les systèmes principaux de ce groupe relatifs à A_j $(q_0 = 0)$; M. Lewin (¹) a montré que, parmi toutes les substitutions $B(b_{ik})$ admettant l'ensemble des (φ^i) comme groupe de droite, il en est une pour laquelle $\sum_{i,k} |b_{ik}|^2$ est minimum : A sera dite *minimale à droite* si elle est précisément celle-là. On définit de même les substitutions minimales à gauche.

I. M. Fréchet (²) pose le problème de déterminer une expression précise des a^n_{ik} en fonction de n; or, on a la propriété suivante :

Théorème I. — *Si la substitution* A *est minimale, à droite ou à gauche, la substitution* A^n *est la somme d'une série uniformément convergente de substitutions, dont chaque terme est la somme d'un nombre fini d'éléments de la forme* $Q(n)/\lambda^n_j$, *où* $Q(n)$ *est un polynome en* n (*dont les coefficients sont des substitutions*).

L'expression correspondante des a^n_{ik} s'en déduit immédiatement.

Les deux groupes de systèmes principaux d'une substitution A définissent respectivement dans l'espace de Hilbert deux variétés linéaires Φ et Ψ : nous

---

(¹) *Recueil de la Société de mathématiques de Moscou*, 39, 1932, p. 3.

(²) *Journal de Mathématiques*, 15, 1936, p. 251.

appelons alors *quasi régulière* toute substitution pour laquelle $\overline{\Phi} = \Psi$ ($\overline{\Phi}$ désignant l'imaginaire conjuguée de Φ). Les substitutions quasi régulières admettent comme cas particulier les substitutions régulières de M. Monteiro [3] (et par conséquent les substitutions symétriques, hermitiques et normales), et les substitutions minimales à la fois à droite et à gauche. On a le théorème suivant :

THÉORÈME II. — *Toute substitution quasi régulière est la somme de deux substitutions orthogonales, dont l'une est une substitution minimale (à droite et à gauche) et dont l'autre est dépourvue de constantes fondamentales.*

II. On peut se proposer de déterminer des catégories de substitutions A pour lesquelles la série $\sum_J A_J$ des substitutions principales A_J de A converge uniformément (la propriété peut évidemment dépendre de l'ordre dans lequel on prend les A_J).

Pour cela, rappelons que l'on peut définir et calculer l'angle $\theta = \widehat{V_1, V_2}$ de deux variétés linéaires V_1 et V_2 de l'espace de Hilbert; on peut prendre toujours cet angle entre 0 et $\pi/2$, et c'est ce que nous supposons dans la suite.

Soient alors, avec les notations définies au début de cette Note, Φ_J la variété linéaire définie par $\varphi^1, \varphi^2, \ldots, \varphi^{q_J}$; Φ'_J celle définie par les $\varphi^r (r = q_J + 1, q_J + 2, \ldots, \infty)$; soit θ_J l'angle $\widehat{\Phi_1, \Phi'_J}$; on a :

THÉORÈME III. — *Étant donné une substitution quasi régulière* A, *pour que la série* $\sum_J A_J$ *de ses substitutions principales prises dans cet ordre soit uniformément convergente, il suffit que les angles* $\theta_J = \widehat{\Phi_J, \Phi'_J}$ *restent, quel que soit* J, *supérieurs à un nombre positif fixe.*

Alors $A = \sum_J A_J + \pi$, où π est dépourvu de constantes fondamentales, $\sum_J A_J$ et π étant orthogonales; le résultat pour a_{ik} s'en déduit immédiatement.

Pour une substitution régulière, $\theta_J = \pi/2$ quel que soit l'ordre des A_J et le groupe de systèmes principaux considéré : on retrouve donc ainsi les résultats de M. Monteiro.

(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2143.

III. Considérons le système (S) d'équations aux différences

$$(S) \qquad x_i(n+1) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{ik} x_k(n) \qquad (i = 1, 2, \ldots).$$

Comme dans le cas où i et k ne prennent qu'un nombre fini de valeurs, on peut définir pour (S) *des solutions principales*, de la forme

$$x_i(n) = \frac{P_{ij}(n)}{\lambda_j^n},$$

où les $P_{ij}(n)$ sont des polynomes en n dont les coefficients sont des combinaisons linéaires des systèmes principaux de droite de A. On a alors :

Théorème IV. — *Si la substitution* A *est minimale à droite, toute solution* $x_i(n)$ $(i = 1, 2, \ldots, \infty)$ *du système* (S) *d'équation aux différences*

$$x_i(n+1) = \sum_k a_{ik} x_k(n)$$

est la somme d'une série convergente (uniformément lorsque i varie) dont chaque terme est une combinaison linéaire d'un nombre fini de solutions principales de (S).

Ce théorème généralise le résultat analogue et bien connu, relatif au cas où i et k ne peuvent prendre qu'un nombre fini de valeurs.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions méromorphes dans un cercle.* Note (1) de M. **Henri Milloux.**

1. L'application des méthodes, dont les premiers résultats ont été résumés dans une Note récente (2), m'a conduit à une majoration intéressante du nombre $n(r, \alpha)$ des zéros de $\varphi - \alpha$ dans le cercle de centre O et de rayon r inférieur à *un*, lorsque la fonction φ est méromorphe dans le cercle unité, et lorsqu'il existe trois valeurs fixes abc telles que les zéros de $\varphi - a$, $\varphi - b$, $\varphi - c$ dans ce cercle unité sont en nombre au plus égal à m. On désigne par δ le plus petit des côtés du triangle sphérique dont les sommets sont les images de abc sur la sphère de Riemann.

Plusieurs cas se présentent dans l'étude de cette majoration. Dans les circonstances les plus défavorables, la quantité $(1 - r)n(r, \alpha)$ est majorée

(1) Séance du 3 mai 1937.

(2) H. Milloux, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 864.

par l'expression

$$km + k + k \log \frac{1}{1-r} + k \log \frac{1}{\delta} + k \log \frac{l}{\delta(\alpha, A)},$$

où $\delta(\alpha, A)$ désigne la distance sphérique qui sépare α d'une valeur exceptionnelle possible A; le dernier terme de cette expression majorante peut d'ailleurs disparaître, et même n'existe pas dans le cas général; k désigne une constante numérique.

2. La majoration précédente permet l'attaque de problèmes de distribution de valeurs de fonctions méromorphes dans le cercle unité.

Rappelons que le théorème de Picard est vérifié lorsque la condition

$$(1) \qquad \overline{\lim} \frac{T(r, \varphi)}{\log \frac{1}{1-r}} = \infty$$

est réalisée. Je démontre l'existence de cercles de remplissages, vus du cercle unité sous des angles tendant vers zéro, et tels que dans une suite de ces cercles, le théorème de Picard est vérifié, pour les fonctions φ réalisant la condition

$$(2) \qquad \overline{\lim} \frac{T(r, \varphi)}{\log^2 \frac{1}{1-r}} = \infty,$$

et ce résultat présente une grande analogie avec les résultats obtenus pour les fonctions méromorphes dans le plan.

3. D'autres propriétés quantitatives concernant les fonctions méromorphes d'ordre fini ρ positif sont aussi obtenues : l'existence d'une suite de cercles de remplissage d'ordre au moins égal à ρ [3], déjà démontrée par M. G. Valiron, est retrouvée.

D'un autre côté, l'étude des points de Borel, d'ordre $\rho + 1$, dont la définition et certaines propriétés sont dues à M. G. Valiron [4], se trouve facilitée. La propriété fondamentale des *points directs*, à savoir l'existence d'une suite de cercles de remplissage d'ordre $\rho + 1$ tendant vers ces points, est étendue à un groupe de points indirects; l'attaque des points *indirects* les plus généraux s'effectue également par ces méthodes, et l'on décèle, résultat nouveau, l'existence d'une suite de cercles de remplissage d'ordre au moins égal à ρ, tendant vers ces points.

---

[3] Dans une suite de ces cercles, l'exposant de convergence des zéros de $\varphi - a$ est au moins égal à ρ, sauf pour deux valeurs au plus de a.

[4] *Bull. des Sc. Math.*, 56, 1932, p. 1-22.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'approximation de certaines sommes.* Note [1] de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Les problèmes étudiés dans cette Note sont posés par la théorie des séries trigonométriques.

Soient $F(x)$ une fonction définie sur le segment ab $(a \leqq x \leqq b)$, σ une subdivision de ab formée d'intervalles x_{i-1}, x_i avec $x_0 = a$, $x_n = b$, $0 < x_i - x_{i-1} \leqq \omega$. Posons $(\alpha > 0)$

$$\Sigma_\alpha(F, \sigma) = \sum_{i=1}^{i=n} \left| \frac{F(x_i) - F(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \right|^\alpha (x_i - x_{i-1}).$$

On définit de même $\Sigma_\alpha(F, J)$, J étant une famille quelconque formée d'un nombre fini d'intervalles disjoints $c_k d_k$ dont la longueur totale est figurée par $|J|$. Soit $S_\alpha(F, a, b)$ la plus grande limite de $\Sigma_\alpha(F, J)$ quand $|J|$ tend vers zéro. La condition $S_1 = 0$ est l'absolue continuité ordinaire de F. Nous appellerons *absolue continuité d'ordre* α *de* F *la condition* $S_\alpha = 0$. β existe, fini ou infini, tel que si $\alpha > \beta$, $S_\alpha = \infty$, si $\alpha < \beta$, $S_\alpha = 0$.

Soit E′ l'ensemble des points de ab où F possède une dérivée finie f. Si E′ est une pleine épaisseur de ab et si $|f|^\alpha$ est sommable sur E′ (sur ab), nous posons

$$I_\alpha(F, a, b) = \int_a^b |f| \, dx.$$

Si mes. $E' < b - a$, si $|f|^\alpha$ n'est pas sommable, nous posons $I_\alpha = \infty$. γ existe tel que, si $\alpha > \gamma$, $I_\alpha = \infty$; si $\alpha < \gamma$, I_α est fini. $\gamma \geqq \beta$.

Théorème. — *La condition* $S_\alpha(F, a, b) = 0$ *est nécessaire et suffisante pour que simultanément* F *possède sur une pleine épaisseur de* ab *une dérivée finie* f, $|f|^\alpha$ *soit sommable sur* ab, *et*

(1) $$\lim_{\omega=0} \Sigma_\alpha(F, \sigma) = I_\alpha(F, a, b) = \int_a^b |f|^\alpha \, dx, \text{ nombre fini.}$$

Pour $\alpha = 1$, on retrouve l'expression de la variation totale d'une fonction absolument continue.

I. Dans le cas $\sigma > 1$, et si F est absolument continue, la formule de Schwartz-Hölder montre l'inégalité fermée $\Sigma_\alpha(F, \sigma) \leqq I_\alpha$, quel que soit σ,

---

[1] Séance du 3 mai 1937.

comme M. W. H. Young et Mme G. C. Young l'ont observé ([2]) sans toutefois établir la relation (1). Ces auteurs ont également montré que la condition Σ_α borné (il suffirait $\lim_{\omega=0} \Sigma_\alpha < \infty$ et même $S_\alpha < \infty$) entraîne l'absolue continuité de $F(S_1 = 0)$.

II. Le cas de $\alpha < 1$, où la formule de Schwartz-Hölder n'est d'aucun secours est plus délicat. En général, $\Sigma_\alpha(F, \sigma)$ ne tendra pas vers une limite unique quand ω tend vers zéro, et quand cette limite unique existera, elle ne sera pas toujours (comme pour $\alpha > 1$) la borne supérieure de l'ensemble des nombres $\Sigma_\alpha(F, \sigma)$. Soient respectivement $\underline{V}_\alpha(F, a, b)$ et $\overline{V}_\alpha(F, a, b)$ la plus petite et la plus grande limites de $\Sigma_\alpha(F, \sigma)$ pour $\omega = 0$. Évidemment $\overline{V}_\alpha \geq S_\alpha$. Il est intéressant de rechercher des conditions nécessaires et suffisantes pour que $\Sigma_\alpha(F, \sigma)$ tende vers une limite unique finie $V_\alpha(F, a, b) = \underline{V}_\alpha = \overline{V}_\alpha$.

Soient λF et ΛF respectivement les plus petite et plus grande valeurs absolues des nombres dérivés extrêmes ou médians de F en un point x où F est continu. Soit E l'ensemble des points où $\Lambda F = \infty$. Soient $\underline{I}_\alpha(F, a, b)$ et $\overline{I}_\alpha(F, a, b)$ les intégrales finies ou infinies respectives de $(\lambda F)^\alpha$ et de $(\Lambda F)^\alpha$, la seconde étant infinie dès que E est épais. Aux points où λF ou ΛF (si E est mince) sont infinis, on les remplace par un nombre fini quelconque pour définir $\underline{I}_\alpha$ et $\overline{I}_\alpha$. $\overline{I}_\alpha = \infty$ entraîne $S_\alpha = \infty$. *Dans tous les cas,*

$$\underline{I}_\alpha \leqq \underline{V}_\alpha \leqq \underline{I}_\alpha + S_\beta, \qquad \overline{V}_\alpha = \overline{I}_\alpha + S_\alpha.$$

Pour que $\underline{V}_\alpha = \overline{V}_\alpha = V_\alpha$ *nombre fini*, IL FAUT *que :* 1° $\underline{I}_\alpha = \overline{I}_\alpha = I_\alpha$, *nombre fini;* 2° S_α *soit fini*. Donc :

1° *a*. $F(x)$ *doit admettre une dérivée finie f sur une pleine épaisseur de ab;* 1° *b*. $|f|^\alpha$ *doit être sommable sur ab;*

2° *a*. F *doit être bornée;* 2° *b*. *Si* D *est l'ensemble des discontinuités de* $F(x)$ *sur ab, la mesure* $\mu_C(D, 1-\alpha)$ *d'ordre* $1-\alpha$ *de Carathéodory de* D *doit être nulle* (cette mesure est la plus petite limite pour $\varepsilon = 0$ d'une somme $k_{1-\alpha}\Sigma i^{1-\alpha}$, $k_{1-\alpha}$ étant une fonction de α seul et la famille des segments i, inférieurs à ε, renfermant D).

La condition $S_\alpha = 0$ implique les quatre conditions 1° et 2°. *Elle est nécessaire et suffisante pour la validité de* (1).

En particulier (1) *sera vérifiée si* F *est absolument continue*, ou plus géné-

---

([1]) *The Quarterly Journal of Pure and Applied Math.*, n° 173, 1912, p. 66.

ralement *totale complète*, ou enfin *résoluble*, mais *douée d'une dérivée finie exacte* f *sur une pleine épaisseur*, $|f|^\alpha$ *étant*, dans tous les cas, *sommable sur* ab.

Ces énoncés s'établissent en attachant à chaque point x où une propriété différentielle de F est connue, où $|f|$ est approximativement continue, etc., une certaine famille d'intervalles ou de segments contenant ce point et en appliquant ensuite les raisonnements classiques de Vitali ou ceux que j'ai utilisés dans mes études sur les nombres dérivés.

Voici une application des résultats précédents. Soient fg complètement totalisable, $|f|^\alpha$ et $|g|^{-\alpha/(1-\alpha)}$ sommables sur ab (ce qui implique $|g|>0$ sur une pleine épaisseur de ab). Un changement de variable effectué dans (1) donne la relation

$$\lim_{\omega=0}\sum_{i=1}^{i=n}\left|\int_{x_{i-1}}^{x_i} fg\,dx\right|^\alpha \left|\int_{x_{i-1}}^{x_i} |g|^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}\,dx\right|^{1-\alpha}=\int_a^b |f(x)|^\alpha\,dx,$$

qui peut être regardée comme une extension de la formule de Schwartz-Hölder dans le cas $\alpha<1$ (pour $\alpha>1$, $i=1$, on trouve cette dernière formule). Mais pour $\alpha>1$, et quel que soit σ, la somme figurant au premier membre est inférieure au second.

CINÉMATIQUE. — *Sur le calcul de l'énergie d'accélération d'un corps solide.* Note de M. **de Mira Fernandes**, présentée par M. Jean Chazy.

M. Chazy (1), en employant le calcul vectoriel d'une façon systématique, a refait le calcul de l'expression de l'énergie d'accélération d'un corps solide ayant un point fixe, donnée (2) par M. Platrier et M. Aimond.

O désignant le point fixe du corps solide, P l'un quelconque de ses points matériels, de masse m; $\vec{\omega}$ la rotation instantanée; $\vec{v}$ et $\vec{\gamma}$ la vitesse et l'accélération de P; $I_{\omega'}$ le moment d'inertie du corps solide par rapport à la droite passant par O et portant le vecteur $\vec{\omega}'=\overrightarrow{d\omega}/dt$; I le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe instantané et, finalement, $\vec{\sigma}$ le moment cinétique

(1) *Bulletin de la Société mathématique de France*, **64**, 1936, p. 171.

(2) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1405 et 1407.

du corps solide au point fixe O; on a

$$(1)\qquad 2S = \sum m\gamma^2 = I\omega^4 + I_{\omega'}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 - 2\vec{\sigma}\left(\vec{\omega}\times\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\right).$$

C'est l'expression de M. Platrier. Les trois termes de ce développement représentent les trois termes du développement du carré

$$\gamma^2 = \left[\vec{\omega}\times\vec{\rho} + \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\times\overrightarrow{OP}\right]^2.$$

Mais, entre les deux derniers, il y a la relation

$$(2)\qquad I_{\omega'}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 - \vec{\sigma}\left(\vec{\omega}\times\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\right) = \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\,\frac{\overrightarrow{d\sigma}}{dt}.$$

En effet, $\overrightarrow{(d\sigma/dt)_r}$ désignant la vitesse du point σ, extrémité du secteur $\vec{\sigma}$, relative au corps solide, on a, selon la formation classique des équations d'Euler,

$$\frac{\overrightarrow{d\sigma}}{dt} = \overrightarrow{\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_r} + \vec{\omega}\times\vec{\sigma},$$

d'où

$$\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\,\frac{\overrightarrow{d\sigma}}{dt} = \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\overrightarrow{\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_r} - \vec{\sigma}\left(\vec{\omega}\times\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\right);$$

et l'on a d'ailleurs

$$\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\overrightarrow{\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_r} = A\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 + B\left(\frac{dq}{dt}\right)^2 + C\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = I_{\omega'}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2,$$

car les deux vecteurs multipliés ont respectivement pour composantes, sur les axes principaux d'inertie du solide en O, dp/dt, dq/dt, dr/dt et $A\,dp/dt$, $B\,dq/dt$, $C\,dr/dt$, si p, q, r désignent les composantes de la rotation instantanée $\vec{\omega}$, et A, B, C les moments d'inertie correspondants.

On obtient donc, par élimination entre (1) et (2), ces deux autres expressions, qui peuvent être utiles quelquefois, de l'énergie d'accélération,

$$(3)\qquad 2S = I\omega^4 - I_{\omega'}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 + 2\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\,\frac{\overrightarrow{d\sigma}}{dt},$$

$$(4)\qquad 2S = I\omega^4 + \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\left(\frac{\overrightarrow{d\sigma}}{dt} + \vec{\omega}\times\vec{\sigma}\right).$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Corrections de parois en soufflerie elliptique.* Note [1] de MM. **Lucien Malavard** et **Joseph Pérès**, présentée par M. Henri Villat.

Nous ajoutons quelques compléments de notre précédente Note [2] à laquelle on se reportera pour les notations.

Soit le cas où l'aile occupe la portion $(-l, +l)$ du segment focal de la section de veine, laquelle est une ellipse dont la demi-distance focale est prise égale à l'unité. La répartition des circulations est supposée quelconque et définie par $\Gamma_1 = \Sigma_p A_p \sin p\tau$, en posant $x = l\cos\tau$. Désignons par $Q_n(u)$ le polynome obtenu de la fonction $\sin n\tau/\sin\tau$ quand on y fait le changement de variables $\cos\tau = u$.

Suivant notre méthode pour le calcul de la correction de paroi, tout revient au calcul numérique des coefficients a_n, évidemment donnés par

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_{-l}^{+l}\Gamma_1(x)\,Q_n(x)\,dx = \frac{2l}{\pi}\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-u^2}\,.\,\Sigma_p A_p\,Q_n(lu)\,Q_p(u)\,du,$$

c'est-à-dire, enfin,

$$a_n = l\Sigma_p A_p\,\beta_{n,p}(l), \tag{1}$$

en posant

$$\beta_{n,p} = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-u^2}\,Q_n(lu)\,Q_p(u)\,du. \tag{2}$$

On trouvera sans peine de nombreuses propriétés des polynomes en l : $\beta_{n,p}(l)$; nous indiquons seulement comment peut se faire pratiquement leur calcul. Partant de la relation bien connue

$$Q_n(x) = 2xQ_{n-1}(x) - Q_{n-2}(x),$$

on obtient, par un calcul simple, la relation de récurrence

$$\beta_{n,p} = l(\beta_{n-1,p-1} + \beta_{n-1,p+1}) - \beta_{n-2,p}. \tag{3}$$

D'autre part, il est immédiat que les $\beta_{1,p}$ et les $\beta_{2,p}$ sont nuls, sauf $\beta_{1,1} = 1$ et $\beta_{2,2} = l$ (on a d'ailleurs, en général $\beta_{n,n} = l^{n-1}$). Enfin, on établit non moins simplement que la relation (3) vaut encore pour $p = 1$ en pre-

(1) Séance du 26 avril 1937.

(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 740.

nant $\beta_{n-1,0}=0$. Il n'y a dès lors aucune difficulté à former par récurrence le tableau des $\beta_{n,p}$; on notera que $\beta_{n,p}$ est nul pour $p>n$ et pour $n+p$ impair. On a ainsi les expressions suivantes des $\beta_{n,p}$. Pour $n=3$, (l^2-1), 0, l^2; pour $n=4$, 0, $2(l^3-l)$, 0, l^3; pour $n=5$, $2l^4-3l^2+1$, 0, $3(l^4-l^2)$, 0, l^4, etc.

Ce sont d'ailleurs les valeurs numériques des $\beta_{n,p}$ pour la valeur choisie de l qui interviennent pratiquement et c'est à la formation de leur tableau que l'on a intérêt à appliquer directement le procédé de récurrence obtenu.

On voit que la méthode est très rapide : le développement $\Gamma_1=\Sigma A_p \sin p\tau$ est connu par la donnée de l'aile et ne comporte usuellement qu'un petit nombre de termes; on aura donc les a_n, d'où les γ_n et le coefficient de correction par la série (6) de notre Note citée. On remarquera que le coefficient A_3 n'intervient que dans les termes de cette série pour lesquels $n\geqq 3$, le coefficient A_5 dans les termes $n\geqq 5$, etc.

On se rend compte ainsi que, même pour une répartition de circulation qui s'écarte assez de la circulation elliptique, le coefficient de correction est relativement peu modifié, et l'on a les éléments nécessaires pour donner sur ce sujet toutes précisions numériques utiles.

AVIATION. — *Sur le travail de décollage des avions.*
Note (¹) de M. **Gustav André Mokrzycki**, présentée par M. Léon Lecornu.

Par travail de décollage, nous entendons le travail consommé depuis le point de départ jusqu'au point où l'avion quitte la terre. Nous admettons pour l'angle d'attaque la valeur constante i_d, à laquelle correspondent les coefficients de traînée et de portance c_{xd} et c_{zd}. Ledit travail est donc

$$T=\int_0^{y_d} F\,dy, \tag{1}$$

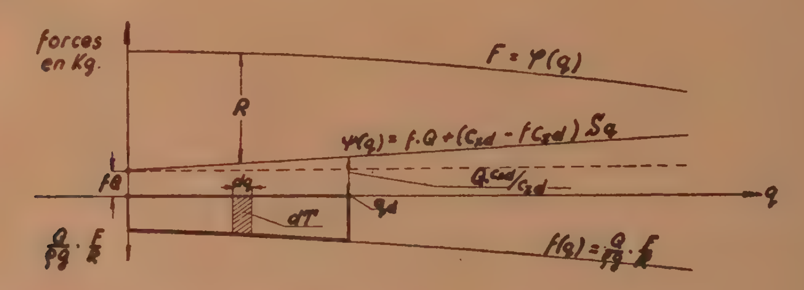
F étant la traction d'hélice, y_d la longueur de décollage. L'équation du mouvement peut s'écrire

$$\frac{Q}{g}\frac{d^2y}{dt^2}+c_{xd}S_q+f(Q-c_{zd}S_q)-F=0, \tag{2}$$

Q étant le poids de l'avion, S la surface portante, q la pression due à la

(¹) Séance du 3 mai 1937.

vitesse, f le coefficient du frottement. Admettons d'abord que la relation $F = \varphi(q)$ soit donnée par une courbe (voir la figure) obtenue au laboratoire.



Pour résoudre le problème graphiquement, posons

$$\frac{Q}{g}\frac{d^2y}{dt^2} = R.$$

Comme le travail de la force R augmente l'énergie cinétique de l'avion

$$R\,dy = \frac{Q}{\rho g}\frac{d(v^2)}{2},$$

d'où

$$dy = \frac{Q}{\rho g}\frac{1}{R}\frac{d(v^2)}{2} = \frac{Q}{\rho g}\frac{1}{R}dq, \tag{3}$$

ρ étant la densité de l'air. A l'aide de (1) et (3), nous avons

$$dT = F\,dy = \frac{Q}{\rho g}\frac{F}{R}dq. \tag{1a}$$

L'équation (2) peut s'écrire

$$R = F - fQ - (c_{xd} - f c_{zd})Sq. \tag{2a}$$

D'où la solution graphique : Nous traçons $F = \varphi(q)$, puis $fQ = \text{const.}$ et la droite $\psi(q) = fQ + (c_{xd} - f c_{zd})Sq$. La différence des ordonnées $[\varphi(q) - \psi(q)]$ nous donne la force R. Nous traçons au-dessous de l'axe q la courbe $Q/\rho g$, $F/R = f(q)$. Pour le moment où l'avion quitte la terre, nous avons la pression de la vitesse q_d, et le poids d'avion égal à la portance

$$Q = c_{zd}Sq_d. \tag{4}$$

Donc la surface de $q = 0$, à $q_d = Q/c_{zd}S$, entre la courbe $f(q)$ et l'axe q, donne le travail de décollage. D'ailleurs pour q_d nous avons $\psi(q_d) = Q\,c_{xd}/c_{zd}$.

Si nous admettons que la traction d'hélice peut être représentée analyti-

quement en fonction de q, nous pouvons prendre une relation qui corresponde bien à la réalité

(5) $$F = F_0 - aq,$$

F_0 étant la traction au point fixe. Les équations (1), (2a), (3) et (5) permettent d'écrire

(6) $$dT = \frac{Q}{\rho g} \frac{F_0 - aq}{(F_0 - fQ) - [S(c_{xd} - fc_{zd}) + a]q} dq$$

en posant

$$A = \frac{\rho g}{Q}(F_0 - fQ) \quad \text{et} \quad B = \frac{\rho g}{Q}[S(c_{xd} - fc_{zd}) + a],$$

et en intégrant entre zéro et q_d, on arrive à l'expression pour le travail de décollage

(7) $$T = \frac{a}{B} q_d + \frac{Aa + BF_0}{B^2} L\left(l - \frac{B}{A} q_d\right).$$

Pour le décollage de la catapulte, on peut admettre $F = F_0 =$ const., il faut alors poser, dans (7), $a = 0$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Interaction de deux corpuscules en Mécanique ondulatoire relativiste.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous nous proposons dans cette Note de donner l'expression d'un opérateur exprimant l'interaction de deux corpuscules de Dirac qui satisfait aux conditions imposées par la Mécanique ondulatoire relativiste des systèmes que nous avons développée.

L'opérateur d'interaction $\mathcal{R}$ est le terme qu'il convient d'ajouter à l'hamiltonien de deux corpuscules indépendants pour obtenir l'hamiltonien du système. Le principe des signaux, joint au principe de relativité, oblige l'opérateur $\mathcal{R}$ à satisfaire aux équations

$$\mathcal{R}\mathbf{T}_{\mu\nu} + \mathbf{T}^+_{\mu\nu}\mathcal{R} = 0, \quad \mathcal{R}\mathbf{T}_{\mu} + \mathbf{T}^+_{\mu}\mathcal{R} = 0 \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3).$$

De plus, devant se transformer sans l'intervention du temps, il doit avoir la forme

$$\mathcal{R} = \mathbf{R}(\mathcal{C}^{(1)} + \mathcal{C}^{(2)}).$$

Les opérateurs $\mathbf{T}_{\mu\nu}$, $\mathbf{T}^+_{\mu\nu}$, $\mathbf{T}_{\mu}$, $\mathbf{T}^+_{\mu}$, $\mathcal{C}^{(1)}$, $\mathcal{C}^{(2)}$ étant déterminés par les mêmes conditions qu'en l'absence d'interactions. Nous allons déterminer $\mathcal{R}$ dans le

cas d'un système de deux corpuscules de Dirac. Dans ce cas on a

$$\mathbf{T}_{\mu\nu} = -\mathbf{T}^{+}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\alpha^1_\mu \alpha^1_\nu + \alpha^2_\mu \alpha^2_\nu), \qquad \mathbf{T}_\mu = \mathbf{T}^{+}_\mu = \frac{1}{2}(\alpha^1_\mu \alpha^2_5 + \alpha^2_\mu \alpha^1_5),$$

$$\mathcal{A}^1 = \alpha^2_5, \qquad \mathcal{A}^2 = \alpha^1_5.$$

On trouve d'abord que **R** se décompose en une somme de deux termes

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2(\alpha^1_5 + \alpha^2_5).$$

La condition d'invariance de $\mathcal{R}$ dans une rotation d'axes (commutation avec les $T_{\mu\nu}$) impose que les opérateurs $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ soient des sommes de la forme

$$\mathbf{R}_1 = \sum_k f_k(r_{12})\,\mathbf{R}_{1k}, \qquad \mathbf{R}_2 = \sum_k g_k(r_{12})\,\mathbf{R}_{2k},$$

les opérateurs $\mathbf{R}_{1k}$ et $\mathbf{R}_{2k}$ appartenant au sous-anneau $\mathfrak{A}$ de générateurs

$$1, \quad \alpha^1_5, \quad \alpha^2_5, \quad \alpha^1_4, \quad \alpha^2_4 \quad [\alpha^1_1\alpha^2_1 + \alpha^1_2\alpha^2_2 + \alpha^1_3\alpha^2_3].$$

Les conditions imposées par les transformations de Lorentz simples généralisées sont :

$$\mathcal{A}_\mu(\mathbf{R}_{1k}) = 0, \qquad \mathcal{B}_\mu(\mathbf{R}_{2k}) = 0 \qquad (\mu = 1, 2, 3),$$

les fonctions $\mathcal{A}_\mu$ et $\mathcal{B}_\mu$ étant définies par

$$\mathcal{A}_\mu(\mathbf{X}) = \mathbf{T}_\mu \mathbf{X}(\alpha^1_5 + \alpha^2_5) + \mathbf{X}(\alpha^1_5 + \alpha^2_5)\mathbf{T}_\mu; \quad \mathcal{B}_\mu(\mathbf{X}) = \mathbf{T}_\mu \mathbf{X}(\alpha^1_5 + \alpha^2_5)^2 + \mathbf{X}(\alpha^1_5 + \alpha^2_5)^2\mathbf{T}_\mu.$$

Pour déterminer les opérateurs $\mathbf{R}_{1k}$ et $\mathbf{R}_{2k}$, en vertu de la linéarité des $\mathcal{A}_\mu$ et $\mathcal{B}_\mu$, il suffit de calculer les valeurs des fonctions $\mathcal{A}_\mu$ et $\mathcal{B}_\mu$ pour les générateurs du sous-anneau $\mathfrak{A}$ et tous les éléments de ce sous-anneau obtenus par produit de générateurs, puis de chercher des combinaisons linéaires de ces éléments dans lesquelles les indices inférieurs 1, 2, 3 figurent de la même façon qui soient des zéros de la fonction $\mathcal{A}_\mu$ ou de la fonction $\mathcal{B}_\mu$. Nous avons trouvé ainsi une solution pour $\mathbf{R}_2$

$$\mathbf{R}_2 = g(r_{12})(1 + \alpha^1_1\alpha^2_1 + \alpha^1_2\alpha^2_2 + \alpha^1_3\alpha^2_3)(\alpha^1_4 + \alpha^2_4)^2.$$

Les conditions de relativité imposent en outre que

$$g(r_{12}) = g(\mathrm{K}[\theta]\,r_{12}),$$

$\mathrm{K}[\theta]$ étant la fonction traduisant la contraction de Lorentz. La solution triviale $g = \text{const.}$ est à rejeter, car l'interaction doit dépendre de la distance et être nulle à l'infini. Une seule fonction, à une constante multi-

plicative près, satisfait à cette dernière condition, c'est la fonction δ de Dirac, d'où

$$g(r_{12}) = k\,\delta(r_{12}).$$

La fonction δ étant insensible à un changement d'unités, on en conclut que k a la dimension d'une quantité de mouvement. Cette constante dépend de la nature des deux corpuscules en interaction. Nous pouvons la décomposer en un produit de trois constantes dont deux seulement sont arbitraires en dimension et en valeur numérique. Posons

$$k = \frac{1}{4c} k_{12}\, k_1\, k_2.$$

Nous choisirons pour k_1 et k_2 des charges électriques en u.é.s. attribuées à chacun des corpuscules (sans création de champs), soit e_1 et e_2; il s'ensuit que k_{12} est l'inverse d'une longueur a_{12}. D'où l'expression de l'opérateur d'interaction $\mathcal{R}$

$$\mathcal{R} = \frac{e_1 e_2}{a_{12}} \delta(r_{12})(1 + \alpha_1^1 \alpha_1^2 + \alpha_2^1 \alpha_2^2 + \alpha_3^1 \alpha_3^2)(\alpha_4^1 + \alpha_4^2)^2(\alpha_5^1 + \alpha_5^2)^2.$$

En effectuant les produits indiqués on constate que cet opérateur traduit un couplage de toutes les grandeurs associées à chaque corpuscule.

L'opérateur $\mathcal{R}$, contenant la fonction δ et non pas $1/r$, ne se raccorde pas avec la loi de Coulomb. Comme c'est la seule fonction de r possible, on doit en conclure que le problème de l'interaction de deux électrons ne peut être traité en théorie relativiste comme un problème mécanique de deux corpuscules. Ceci se comprend par le fait que les actions à distance doivent se propager avec une vitesse finie et que la Mécanique ondulatoire ne permet pas de tenir compte de ces propagations. Pour traiter ce problème, il semble nécessaire de faire appel à l'hypothèse de Dirac, d'après laquelle les forces coulombiennes sont dues à des interactions entre photons (ou neutrinos) et chacun des électrons.

Mais les électrons ne sont pas les seuls corpuscules obéissant à une équation de Dirac, il y a les neutrinos et antineutrinos et les constituants du photon de Louis de Broglie. Pour un système électron ou positon et neutrino ou antineutrino, notre formule d'interaction convient parfaitement. Sur les trois constantes e_1, e_2, a_{12}, deux sont arbitraires ; soit (1) l'électron (ou positon), nous prendrons $e_1 = e$ charge de l'électron et $a_{12} = r_0$ rayon de l'électron. Si k est déterminé, la constante $e_2 = \eta$ l'est aussi ; on peut appeller η la charge du neutrino ; cette charge ne crée pas de champ et le corpuscule

apparaît bien neutre. Pour un système de deux neutrinos nous prendrons $e_1 = e_2 = \varepsilon_1$ et a_{12} aura une valeur ρ qu'on peut appeler le rayon du neutrino.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Interprétation des opérateurs employés par M. Dirac au moyen des grandeurs fondamentales de l'hyperespace.* Note [1] de M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

On peut considérer les α_i de M. Dirac comme un système de nombres hypercomplexes : $\alpha_i^2 = 1$. $\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0$ $(i \neq j)$, et non plus comme des matrices. On a pour opérateur différentiel

$$\mathrm{OP} = \mathrm{P}_4 + \sum_1^3 \alpha_i \mathrm{P}_i + \alpha_4 m_0 c,$$

et pour opérateur conjugué

$$\mathrm{OP}^* = \mathrm{P}_4 - \sum_1^3 \alpha_i \mathrm{P}_i - \alpha_4 m_0 c.$$

On a

$$\mathrm{OP}^*\mathrm{OP} = \square \Psi - \frac{4\pi^2 m_0^2 c^2}{h^2} \Psi = 0,$$

équation de Gordon.

Cherchons quatre nombres λ_1, λ_2, λ_3, λ_4, coefficients de

$$\Psi \equiv \lambda_1 \Psi_1 + \lambda_2 \Psi_2 + \lambda_3 \Psi_3 + \lambda_4 \Psi_4,$$

tels que $\mathrm{OP}.\Psi$ soit un nombre de même nature que Ψ, soit

$$\lambda_1 \mathrm{A}_1 + \lambda_2 \mathrm{A}_2 + \lambda_3 \mathrm{A}_3 + \lambda_4 \mathrm{A}_4.$$

Ceci exige que l'on ait

$$(1)\quad \begin{cases} \lambda_1 = \alpha_4 \lambda_1 = \alpha_1 \lambda_4 = i\alpha_2 \lambda_4 = \alpha_3 \lambda_3, \\ \lambda_2 = \alpha_4 \lambda_2 = \alpha_1 \lambda_3 = -i\alpha_2 \lambda_3 = -\alpha_3 \lambda_4, \\ \lambda_3 = -\alpha_4 \lambda_3 = \alpha_1 \lambda_2 = i\alpha_2 \lambda_2 = \alpha_3 \lambda_1, \\ \lambda_4 = \alpha_4 \lambda_4 = \alpha_1 \lambda_1 = -i\alpha_2 \lambda_1 = \alpha_3 \lambda_2. \end{cases}$$

Ce système admet pour solution

$$(2)\quad \begin{cases} \lambda_1 = (1 + \alpha_4)(\alpha_1 + i\alpha_2), & \lambda_2 = (1 + \alpha_4)(\alpha_1 - i\alpha_2)\alpha_3\alpha_1, \\ \lambda_3 = (1 - \alpha_4)(\alpha_1 + i\alpha_2)(-\alpha_3), & \lambda_4 = (1 - \alpha_4)(\alpha_1 - i\alpha_2)\alpha_1. \end{cases}$$

(1) Séance du 3 mai 1937.

Ces λ_i vérifient $\lambda_i^2 = 0$, $\lambda_i \lambda_j = 0$, ce sont des nombres *pseudo-nuls*.

La forme des λ_i montre que les Ψ_k sont des spineurs.

En développant $\mathrm{OP}\Psi = 0$, on trouve, d'après (1),

$$A \equiv (P_4 + m_0 c)\Psi_1 + (P_1 + iP_2)\Psi_4 + P_3\Psi_3 = 0$$

et trois autres expressions pour B, C, D, qui forment les quatre équations de M. Dirac.

En changeant α_4 en $-\alpha_4$ et $i\alpha_2$ en $-i\alpha_2$ on a,

$$\lambda'_1 = \lambda_4, \qquad \lambda'_2 = \lambda_3, \qquad \lambda'_3 = \lambda_2, \qquad \lambda'_4 = \lambda_1,$$

et, en prenant

$$\varphi = \lambda'_1 \varphi_1 + \lambda'_2 \varphi_2 + \lambda'_3 \varphi_3 + \lambda'_4 \varphi_4,$$

on obtient les équations du corpuscule complémentaire.

Les nombres $1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ ne sont pas les seuls qui, multipliant un λ_i, donnent un λ_j ; il y a aussi $1, \alpha_3\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ (nombres formant un groupe); par exemple,

$$1\,\lambda_1 = \alpha_3\alpha_2\lambda_2 = \alpha_3\lambda_3 = \alpha_4\lambda_4, \qquad \ldots.$$

Prenons $\lambda_1 A + \lambda_2 B + \lambda_3 C + \lambda_4 D$, où A, B, C, D sont les premiers membres des équations de M. Dirac; en effectuant

$$1\,[1\,\varphi_1 + \alpha_3\alpha_1\varphi_2 + \alpha_3\varphi_1 + \alpha_4\varphi_4]\,[\lambda_1 A + \lambda_2 B + \lambda_3 C + \lambda_4 D] = 0$$

on a les quatre premières équations du photon de M. de Broglie, en effet,

$$\varphi_i \frac{\partial}{\partial q} \Psi_k = \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi_k \varphi_i}{\partial q},$$

à savoir

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{kk} = \ldots \qquad (k = 1, 2, 3, 4).$$

En changeant successivement 1 en $\alpha_3\alpha_1$, α_3, α_1, on a les douze autres équations du photon.

Considérons maintenant le nombre hypercomplexe

$$N = \alpha_0 + \Gamma_1(I\alpha_1 + J\alpha_2 + K\alpha_3) + \Gamma_2\alpha_4 + \Gamma\alpha_5,$$

défini précédemment [2], où l'on distingue *dimension* et *direction* : l'opérateur différentiel est

$$\Pi = \Gamma_1(IP_1 + JP_2 + KP_3) + \Gamma_2 P_4 + \Gamma m_0 c.$$

---

[2] J. ROUBAUD-VALETTE, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 747.

En itérant $\Pi\Pi\Psi = 0$ donne l'équation de Gordon. On écrit

$$\Pi = [P_4 - \Gamma(IP_1 + JP_2 + KP_3) - \Gamma_1 m_0 c]\Gamma_2 = OP.\Gamma_2$$

et

$$\Pi - \Gamma_2[P_4 - \Gamma(IP_1 + JP_2 + KP_3) - \Gamma_1 m_0 c] = \Gamma_2 OP^*.$$

On a OP et OP* identiques aux opérateurs de M. Dirac en posant

$$\Gamma J \simeq \alpha_1, \quad \Gamma J \simeq \alpha_2, \quad \Gamma K \simeq \alpha_3, \quad \Gamma_1 \simeq \alpha_4.$$

On voit la correspondance entre les opérateurs de l'électron magnétique et les grandeurs de l'hyperespace en substituant les α_i et en tenant compte de la mise en facteur de Γ_2.

λ_1 et λ_2 sont des spineurs formés de termes d'espace et de composantes d'espace-espace d'un bivecteur, λ_3 et λ_4 sont formés de termes composantes d'espace-temps d'un bivecteur, de composantes d'espace et des deux scalaires;
masse propre $(-m_0\alpha_4) \simeq -m_0\Gamma$, scalaire d'hyperespace;
charge $-e_1 \simeq -e\Gamma^2$, scalaire de temps;
courant $ec\alpha_1$, $ec\alpha_2$, $ec\alpha_3 \simeq e\Gamma_2 I$, $e\Gamma_1 J$, $e\Gamma_1 K$, vecteur d'espace;
moment magnétique $(eh/4\pi m_0 c).i\alpha_1\alpha_3\alpha_4 \simeq (-hi/4\pi m_0 c).\Gamma I$, composantes espace-temps d'un bivecteur, etc.;
moment électrique $(eh/4\pi m_0 c).i\alpha_1\alpha_2 \simeq (-h_i/4\pi m_0 c).I$, composantes d'espace-espace d'un bivecteur, etc.;
spin $S_1 = (h/4\pi).i\alpha_2\alpha_3 \simeq -(hi/4\pi).\Gamma_2 I$, composantes d'un trivecteur espace-espace-temps, etc.;
$S_4 = (h/4\pi).i\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \simeq (h/4\pi).i\Gamma_1$, volume d'espace;
$i\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 \simeq -i1$, scalaire pur;

d'où $-m_0\Omega_1$ correspond à un scalaire d'hypervolume, ce qui confirme notre représentation de la masse comme grandeur conjuguée de la cinquième dimension, et Ω_2 à un scalaire pur. Ce sont bien deux invariants pour la transformation de Lorentz.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une expression empirique nouvelle de la chaleur totale de la vapeur d'eau surchauffée.* Note [1] de M. **Philippe Tongas**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons déjà représenté par une formule précise [2] les valeurs expérimentales récemment adoptées pour le volume spécifique de la vapeur

---

(1) Séance du 3 mai 1937.
(2) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1134.

p \ t°	100°	150°	200°	250°	300°	350°	400°	450°	500°	550°
1	639,7 *639,2* *0,5*	663,0 *663,2* *0,5*	686,4 *686,5* *0,6*	710,0 *710,1* *0,6*	733,9 *734,0* *1,2*	758,0 *758,0* *1,2*	782,4 *782,4* *1,2*	807,2 *807,2* *1,2*	832,4 *832,3* *1,2*	857,9 *857,8* *2,0*
5			682,1 *681,9* *1,0*	706,9 *706,7* *1,0*	731,5 *731,5* *1,2*	756,2 *756,1* *1,2*	781,0 *780,8* *1,2*	806,1 *805,9* *1,2*	831,4 *831,3* *1,2*	857,0 *856,9* *2,0*
10			676,0 *675,1* *1,0*	702,8 *702,1* *1,1*	728,6 *728,0* *1,2*	753,9 *753,5* *1,2*	779,2 *778,9* *1,2*	804,6 *804,5* *1,2*	830,1 *830,1* *1,2*	856,0 *855,9* *2,0*
25				688,3 *687,8* *1,1*	718,7 *718,0* *1,2*	746,7 *746,3* *1,2*	773,6 *773,3* *1,2*	800,0 *800,0* *1,2*	826,3 *826,5* *1,2*	852,7 *852,6* *2,0*
50					698,6 *698,4* *1,2*	733,1 *732,9* *1,2*	763,5 *763,1* *1,2*	792,1 *791,6* *1,2*	819,8 *819,9* *1,2*	847,2 *847,3* *2,0*
75					672,0 *672,6* *1,2*	717,2 *717,6* *1,2*	752,5 *752,1* *1,2*	783,7 *783,2* *1,2*	813,1 *813,1* *1,2*	841,6 *841,8* *2,0*
100						698,3 *699,5* *1,2*	740,3 *740,0* *1,3*	774,8 *774,5* *1,3*	806,1 *806,0* *1,3*	835,8 *836,1* *2,0*
125						675,6 *676,7* *1,2*	726,8 *726,9* *1,3*	765,4 *765,2* *1,3*	798,9 *799,1* *1,3*	829,9 *830,3* *2,0*
150						647,6 *646,8* *1,5*	711,8 *712,1* *1,3*	755,4 *755,3* *1,3*	791,4 *791,8* *1,3*	823,9 *824,4* *2,0*
200							676,0 *676,5* *2,0*	733,4 *733,4* *2,0*	775,5 *776,0* *2,0*	811,5 *812,0* *2,5*
250							629,7 *622,5* *2,5*	708,2 *707,5* *2,5*	758,5 *758,8* *2,5*	798,5 *798,9* *3,0*
300							567,4 *524,5* *3,0*	679,1 *677,5* *2,5*	740,0 *739,7* *2,5*	784,9

CHALEUR TOTALE DE LA VAPEUR D'EAU SURCHAUFFÉE

Dans chaque case :
Le premier nombre donné est la valeur de la chaleur totale fournie par la formule ci-après reproduite.
Le deuxième est la valeur la plus probable de cette quantité, adoptée en 1934 par la Conférence Internationale des Tables de la Vapeur d'Eau.
Le troisième est l'approximation (±) admise par cette Conférence.

$$i = \frac{4.250.400 + 2.513\,t}{7.114 - t} - \frac{\left[10^{(0,00324t+0,88350)} + 57\right]p}{10^{(0,00410t+1,13085)} - p}$$

p, pression absolue en Kg : cm², t, température ordinaire en °C, i, chaleur totale en grandes calories par Kg.

surchauffée par la *Conférence internationale des Tables de la vapeur d'eau* (Réunion de New-York, 1934). La présente Note donne une expression de la chaleur totale de la vapeur surchauffée, établie de même d'après les tables réduites déjà mentionnées ([3]).

Établissement de la formule. — Le mode de variation, pour une température t donnée, de la chaleur totale i en fonction de la pression absolue p suggère de calculer la valeur i_0 que prendrait i pour une pression nulle. La quantité i_0 peut être représentée par une fonction homographique de la température t dont elle dépend exclusivement; elle constitue le terme principal de la formule.

Celle-ci comporte, de plus, un terme correctif qui, comme dans l'expression déjà donnée du volume spécifique, peut être représenté par une fonction homographique de p dont les coefficients sont des fonctions exponentielles de t. La pression absolue p étant exprimée en kg : cm^2 et la température t en degrés centigrades, la chaleur totale i, exprimée en grandes calories par kilogramme, peut s'écrire

$$i = \frac{4250400 + 2513t}{7114 - t} - \frac{[10^{(0,00324t+0,88350)} + 57]p}{10^{0,00410t+1,13085} - p}.$$

Pour une pression donnée, la correction tend vers zéro quand la température augmente; pour une température donnée, elle augmente avec la pression.

Résultats obtenus. — Appliquée aux états considérés dans les tables réduites et reproduits dans le tableau ci-joint, la formule donne les résultats suivants :

1° Soixante-neuf des valeurs calculées sur soixante et onze, soit 97 pour 100, s'écartent de la valeur la plus probable de la chaleur totale d'une quantité inférieure (ou très exceptionnellement égale) à l'approximation admise par la Conférence. L'écart atteint au plus 0,24 pour 100 de la valeur la plus probable et il est généralement beaucoup plus faible.

2° Deux résultats (dans les cases encadrées du tableau) dépassent l'approximation admise. Leurs écarts, par rapport à la valeur la plus probable, sont respectivement de 5,2 et 42,9 calories, soit 0,8 et 8,2 pour 100.

A l'exception de ces deux cas singuliers, la formule empirique proposée fournit donc avec une grande précision, malgré sa relative simplicité, la chaleur totale de la vapeur d'eau surchauffée et elle paraît pouvoir être employée dans des calculs d'interpolation.

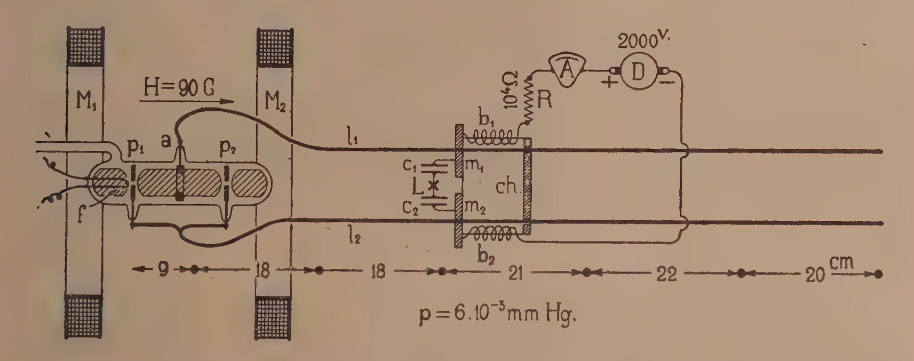
([3]) Voir, par exemple, *The Engineer*, **160**, n° **4160**, 1935, p. 353.

ONDES HERTZIENNES. — *Sur un nouvel oscillateur à ondes très courtes (micro-ondes).* Note (¹) de M. Théodore V. Ionescu, présentée par M. Aimé Cotton.

L'oscillateur se compose d'un tube en verre de $2^{cm},8$ de diamètre et de 20^{cm} de longueur. Dans ce tube (voir la figure) il y a trois électrodes : deux plaques (p_1, p_2) en aluminium de $2^{cm},5$ de diamètre placées à une distance de 8^{cm} et un anneau *a* en cuivre placé au milieu.

Chaque plaque présente un trou de $0^{cm},5$ en son milieu; devant une des plaques se trouve un filament *f* en tungstène chauffé par une batterie de 6 volts. Pour des pressions plus petites que 10^{-3} mm Hg on a souvent besoin de porter ce filament à l'incandescence.

Le tube se trouve dans l'axe d'une bobine double de Helmholtz M_1, M_2, formée de deux bobines de 30^{cm} de diamètre. Elles ont 1142 spires et une section bobinée de $5 \times 5^{cm^2}$. On voit que dans cet oscillateur, les champs électrique et magnétique sont *parallèles*. La figure montre les connexions



de l'oscillateur. Les fils de Lecher l_1 et l_2 ont 2^m de longueur et $3^{mm},5$ de diamètre. Ils sont placés à une distance de 5^{cm}. Sur ces fils glisse un chariot en ébonite *ch*, sur lequel sont fixées deux plaques métalliques m_1, m_2 par lesquelles passent les fils de Lecher; c_1, c_2 représentent deux capacités constituées par deux plaques métalliques de $3 \times 8^{cm^2}$ séparées par une feuille de mica de $0^{mm},2$ d'épaisseur; L est une petite lampe à incandescence (6 volts et 0,2 ampère). Les bobines de choc b_1, b_2 sont constituées

(¹) Séance du 3 mai 1937.

par 20 spires de 3^{cm} de diamètre; R est une résistance de 10000 ohms et D une dynamo qui peut fournir 0,3 ampère sous 2400 volts.

On peut réduire la pression dans le tube jusqu'à 10^{-6} mm Hg et l'on peut en même temps introduire de l'air ou de l'hydrogène à la pression désirée.

L'anneau se trouve au pôle + de la dynamo et les plaques au pôle —. Si l'on change la polarité ou si une seule plaque est connectée au pôle — le courant ne passe pas.

Pour des pressions de l'ordre de 10^{-2} mm Hg le courant augmente en même temps que le champ magnétique et peut dépasser 0,5 ampère, pour quelques dizaines de Gauss et quelques centaines de volts.

(En partant de ces observations, j'ai construit des redresseurs qui fonctionnent dans de bonnes conditions jusqu'à 2000 volts).

Pour quelques millièmes de millimètres de Hg le courant passe seulement si p, H et V ont acquis des valeurs déterminées. En faisant varier continuellement V ou H le courant peut passer brusquement d'une série de valeurs à une autre série. Les phénomènes lumineux que nous avons déjà décrits ([2]) varient en même temps que le courant. Dans le tube représenté sur la figure ils sont symétriques par rapport à l'anneau si la différence de potentiel entre les plaques est égale à 0.

Si pour les valeurs de p, H *et* V, *indiquées sur la figure, on fait déplacer le chariot sur les fils de Lecher, la lampe* L *s'allume et brille d'un vif éclat dans les positions indiquées par des points noirs. Les distances entre les trois premiers nœuds sont de* 18^{cm} *et l'oscillation donnée par le tube correspond à* $\lambda = 36^{cm}$.

Pour les autres nœuds, la distance varie un peu. Cette variation est due au fait que les fils de Lecher sont couplés fortement avec la colonne de gaz ionisé qui se trouve dans le tube. Ce fait peut être déduit de l'observation de l'ampèremètre : si l'on approche un nœud, le courant augmente de 0,01 à 0,03 ou 0,04 ampère pour tomber brusquement si l'on dépasse le nœud. En même temps, l'éclat du cylindre lumineux augmente et sur les faces opposées (voir la figure) des plaques, le gaz du cylindre devient lumineux. Si l'on dépasse le nœud, la lumière disparaît.

Pour les valeurs de H plus grandes que celles données sur la figure, on obtient encore des vibrations qui correspondent à de plus grandes valeurs de λ. A des pressions plus petites que 10^{-3} mm Hg, on peut obtenir aussi

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1842.

des oscillations très puissantes qui peuvent produire des étincelles de $1^{cm},5$ de longueur entre les sphères d'un éclateur remplaçant les condensateurs c_1, c_2 et la lampe L.

Dans ce dernier cas, on doit souvent porter à l'incandescence le filament f et quelquefois intercaler une batterie de 120 volts entre ce filament et les plaques.

SPECTROSCOPIE. — *Mesure relative des coefficients d'absorption de l'ozone dans la région des bandes de Chappuis.* Note de Mme **Arlette Tournaire-Vassy**, présentée par M. Charles Fabry.

L'absorption de l'ozone dans le domaine visible a été étudiée quantitativement par Colange (¹). Dans la région ultraviolette plusieurs auteurs ont déterminé les coefficients d'absorption et leurs résultats ne sont pas concordants. Ce désaccord doit être attribué en particulier aux difficultés que présente le dosage chimique. Il était donc intéressant, en vue de certaines mesures de physique atmosphérique, d'avoir des coefficients homogènes dans le visible et dans l'ultraviolet, de sorte que, si l'on connaît l'absorption due à l'ozone, facilement mesurable dans l'ultraviolet, on puisse calculer cette absorption dans le visible afin de faire la discrimination entre l'absorption due à ce gaz et d'autres absorptions d'origines différentes.

C'est en vue de raccorder ainsi les coefficients du visible à ceux de l'ultraviolet que j'ai opéré de la façon suivante : un tube en forme de croix, fermé par quatre fenêtres de quartz (longueur du grand axe : $39^{cm},8$; longueur du petit axe : $9^{cm},8$; diamètre : $4^{cm},5$), contient un mélange d'oxygène et d'ozone. Il est traversé suivant le petit axe par un faisceau parallèle de lumière issu d'un tube à hydrogène et qui va se concentrer sur la fente d'un spectrographe à optique de quartz (dispersion : 20 Å par millimètre vers 3300 Å). Suivant le grand axe, il est traversé aussi par un faisceau parallèle de lumière provenant d'une lampe à incandescence; la lumière va ensuite tomber sur la fente d'un spectrographe ouvert à $f/9$ dont la dispersion est 32 Å par millimètre dans le vert.

Après admission du mélange oxygène-ozone, on attend un temps assez long pour que la concentration en ozone soit la même aux différents points

(¹) *Journal de Physique*, 6e série, 8, 1927, p. 254.

du tube; un spectre en lumière ultraviolette obtenu sur une plaque graduée au préalable, donnera alors, en se servant de coefficients d'absorption connus, l'épaisseur réduite de l'ozone observé suivant le petit axe. Le grand axe étant quatre fois plus long que le petit, l'épaisseur d'ozone absorbant la lumière de la lampe à incandescence sera donc quatre fois plus grande. Un spectre donnant l'absorption de l'ozone en lumière visible permettra alors de déterminer les coefficients d'absorption pour ce domaine spectral.

J'ai effectué cette détermination en adoptant pour l'ultraviolet les coefficients donnés par Ny Tsi-Zé et Choong Shin-Piaw [2]. Je déterminai l'épaisseur absorbante par une méthode graphique en portant en abscisses le coefficient et en ordonnées les densités optiques; la pente de la droite ainsi obtenue, qui passe par l'origine, donnait l'épaisseur réduite de l'ozone (il faut remarquer que, à cause de la complexité des bandes et de la dispersion plus grande du spectrographe de Ny et Choong, les maxima d'absorption ne se plaçaient pas tout à fait sur la même droite que les minima). A cause de l'action de la température sur les minima d'absorption [3], il aurait fallu utiliser la droite passant par les maxima; mais d'autre part, à cause de la forme très aiguë des maxima, j'ai jugé préférable de faire porter les mesures sur les minima.

Les valeurs moyennes des coefficients d'absorption résultant de sept mesures portant, dans le visible, sur des épaisseurs d'ozone comprises entre 7 et 20^{cm} sont groupées dans le tableau suivant :

λ.		λ.		λ.		λ.	
4600....	0,005	5060.....	0,021	5745....	0,063	6235....	$0,048_5$
4672....	0,005	5120.....	0,020	5755....	$0,062_5$	6375....	$0,037_5$
4770....	$0,007_5$	5260.....	0,033	5860....	$0,056_5$	6520....	0,027
4825....	$0,010_5$	5461.....	0,042	5975....	0,066	6600....	0,023
4875....	0,009	5525.....	0,046	6010....	0,068	6695....	0,019
4988....	0,015	5648.....	0,057	6105....	0,061		

La dispersion relativement grande du spectrographe employé m'a permis de préciser la position des maxima d'absorption, et la forme de la courbe qui représente les résultats contenus dans ce tableau met en évidence quelques écarts avec celle de Colange.

(²) *Chinese Jour. Phys.*, 1, 1931, p. 1.

(³) Vassy, *Thèse*, Paris, 1937.

OPTIQUE. — *Sur le pouvoir réflecteur du cuivre*. Note de MM. **Léon Capdecomme** et **Pierre Jacquet**, présentée par M. Armand de Gramont.

On sait qu'il est difficile de préparer des surfaces métalliques dont les propriétés optiques, en particulier les pouvoirs réflecteurs, donnent lieu à des mesures bien concordantes. Ceci est dû à la détérioration superficielle du métal au cours du traitement mécanique que constitue le polissage : les conditions de cette opération ne pouvant être contrôlées avec précision, il est impossible d'obtenir des surfaces rigoureusement identiques. On a pu montrer, par exemple (1), que le pouvoir réflecteur du cuivre poli est d'autant plus élevé que l'action mécanique a été moins intense.

En admettant qu'il soit possible d'effectuer le polissage toujours dans les mêmes conditions, les constantes optiques mesurées ne correspondraient pas au métal cristallin puisque cet état est superficiellement modifié par l'action mécanique.

La méthode de *polissage anodique* décrite par l'un de nous (2) n'altère pas la structure cristalline et semble, par suite, particulièrement bien adaptée à la mesure des constantes optiques vraies d'un métal. H. Lowery et ses collaborateurs (3) ont déjà déterminé par la méthode de Drude les constantes optiques des surfaces brillantes de cuivre obtenues par le polissage anodique d'une part, par le polissage mécanique classique et par distillation dans le vide, d'autre part. Les valeurs les plus élevées et les plus constantes du pouvoir réflecteur sont observées avec les échantillons polis au moyen du procédé anodique, qui conserve dans son intégrité la structure cristalline du métal.

Nous avons repris et complété ces expériences en employant la lumière filtrée du tungstène ($\lambda = 4500$ Å). Le pouvoir réflecteur est directement mesuré au moyen du dispositif d'Orcel (4) modifié par l'un de nous (5).

1° Plusieurs échantillons de cuivre électrolytique de même origine sont polis à l'alumine 3 heures. On mesure le pouvoir réflecteur en différents points de chaque surface (1^{cm^2} environ), puis on effectue le polissage ano-

---

(1) H. Lowery et R. L. Moore, *Phil. Mag.*, 13, 1932, p. 938.

(2) P. Jacquet, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1473.

(3) H. Lowery, H. Wilkinson et D. Smare, *Phil. Mag.*, 22, 1936, p. 769.

(4) J. Orcel, *Bull. Soc. Franç. Min.*, 54, 1930, p. 301.

(5) L. Capdecomme, *Comptes rendus*, 198, 1937, p. 462; 202, 1936, p. 1843 et 2061; 203, 1936, p. 994.

dique. Le tableau ci-dessous montre qu'après ce traitement les facteurs de réflexion sont très concordants.

Pouvoir réflecteur en unités arbitraires.

Échantillon 1	1,415
» 2	1,420
» 3	1,414

Les pouvoirs réflecteurs des surfaces polies fraîchement à l'alumine sont bien moins concordants et inférieurs de 3 à 5 pour 100 aux précédents.

2° Nous avons étudié l'évolution de ces deux types de surfaces dans une atmosphère sèche, à la température ordinaire.

Pendant plusieurs semaines, on ne constate pour les surfaces polies par le procédé anodique aucune modification du pouvoir réflecteur, dans la limite de précision des mesures (1 pour 100). Le tableau ci-dessous montre qu'il n'en est pas de même des surfaces n'ayant subi que le polissage mécanique.

Pouvoir réflecteur du cuivre poli mécaniquement et conservé dans une atmosphère sèche.

	Après polissage.						
	Immédiatement.	1 jour.	2 jours.	3 jours.	4 jours.	10 jours.	17 jours.
Échantillon I	0,959	0,947	0,940	0,935	0,929	0,921	0,920
Échantillon II	0,942	0,925	0,918	0,915	0,912	0,909	0,907

3° La température a une grande influence sur l'évolution des surfaces dans l'atmosphère du laboratoire. En maintenant dans une étuve à 50° des échantillons préparés par les deux procédés, on observe que les surfaces polies mécaniquement s'altèrent beaucoup plus vite que les surfaces préparées par traitement anodique (tableau ci-dessous). Cette altération correspond à la formation d'une pellicule d'oxyde cuivreux qui peut, d'ailleurs, être détruite par immersion rapide dans une solution diluée d'acide phosphorique; le pouvoir réflecteur reprend ainsi sa valeur initiale.

Variations du pouvoir réflecteur du cuivre chauffé à 50° C. ([6]).

	Après polissage.				
	Immédiatement.	105 min.	240 min.	360 min.	600 min.
Poli mécanique	0,971	0,931	0,894	0,875	0,880
Poli anodique	1	0,987	0,978	0,978	0,974

([6]) Les nombres donnés sont rapportés au pouvoir réflecteur du cuivre poli anodiquement et non altéré.

L'ensemble de ces résultats montre que le polissage effectué au moyen du procédé anodique permet de préparer des surfaces de cuivre polycristallines dont le pouvoir réflecteur est bien constant et qui sont moins altérables que les surfaces non cristallines obtenues par le procédé mécanique habituel.

RADIOACTIVITÉ. — *Le spectre optique de l'actinium.*
Note de M[lle] **Willy A. Lub**, présentée par M. Jean Perrin.

L'actinium est le seul élément dont le spectre optique ne soit pas connu.

Nous avons eu à notre disposition deux produits actinifères, un produit d'oxyde de lanthane actinifère de 5^{mg} contenant $0,053^{mg}$ d'actinium (produit $316\alpha.2$) et un produit d'oxyde de lanthane actinifère de 4^{mg} contenant $0,050^{mg}$ d'actinium (produit $316\alpha.7$). Les deux produits étaient de la même substance mère, le produit $316\alpha.7$ plus pur que l'autre.

Nous avons choisi comme source lumineuse l'étincelle condensée éclatant entre un fil de platine et une mèche en fil de platine plongée dans la solution du produit à examiner, méthode indiquée par Demarçay (¹).

L'étincelle était obtenue au moyen d'un transformateur de 10000 volts, Dans le circuit électrique on place un condensateur et une self et l'on choisit les conditions électriques de telle sorte qu'on obtienne un spectre lumineux en employant très peu de solution et en prenant des soins pour ne pas être trop gêné par les spectres de bandes.

Avant d'être mis en solution l'oxyde de lanthane était transformé en nitrate. Nous avons employé comme concentration de la solution 1 pour 100; donc un pourcentage en Ac de 1 sur 10000. On peut donc espérer obtenir les raies ultimes de Ac.

Pour montrer combien cette méthode de Demarçay est efficace pour prendre des spectres de produits précieux, nous pouvons mentionner que la quantité utilisée pour chaque cliché est de 3×10^{-6} gr. d'actinium.

Une expérience préliminaire avec un spectrographe à petite dispersion (5000-3500 Å sur $3^{cm},5$) montrait, pour le spectre de $316\alpha.2$ dans la région 5000-4000 Å, quatre raies qui n'existaient pas sur les clichés du spectre d'un autre oxyde de lanthane actinifère (produit 317, activité 20000 fois plus faible) pris dans les mêmes conditions.

(¹) *Spectres électriques*, Paris, 1895.

Nous avons pris les clichés définitifs avec le grand spectrographe de Steinheil, à trois prismes de verre. Cet instrument a une ouverture relative de *f* : 10 et une dispersion de 9,3 Å/mm pour 4400 Å; 7,3 Å/mm pour 4150 Å; 6,4 Å/mm pour 4050 Å.

Le spectrographe a été réglé de façon à donner la région spectrale de 5850 Å jusqu'à 3850 Å. Pour étudier l'ultraviolet, nous avons pris en même temps le spectre avec un spectrographe de quartz (E_2 de Hilger). Nous avons mesuré les trois spectres des produits 317, 316 α.2 et 315 α.7, sur les clichés du Steinheil, par rapport au spectre du fer; un cliché de chaque produit. Les raies nouvelles ont été mesurées sur les six clichés. Nous avons employé les clichés du spectrographe à quartz pour la discussion des raies ultimes qui tombent au-dessous de 3850 Å.

Parmi les 700 raies que nous avons mesurées, on trouve 7 raies d'une intensité assez forte qui n'existent pas sur les clichés du produit 317 et qu'on ne peut non plus attribuer à une des impuretés constatées dans les produits 316. Afin d'être sûrs de ce que ces raies sont vraiment des raies nouvelles, nous avons comparé notre listes aux listes des raies spectrales de tous les éléments chimiques dont nous avons constaté les raies ultimes dans un des produits 316 et 317.

Nous avons trouvé comme raies nouvelles les suivantes :

λ_{air}(I.Å).....	4812,25	4413,17	4386,37	4359,09	4179,93	4168,40	4088,37
Intensité.....	4	5	5	3	4	5	5

Après une discussion un peu longue, que nous donnerons ailleurs, nous pouvons conclure à l'impossibilité d'attribuer ces raies aux autres éléments chimiques, qui se trouvent dans les produits actinifères. Il faut donc attribuer ces raies au spectre de l'actinium, ce corps étant le seul élément chimique qui se trouve considérablement augmenté (20000 fois) dans les produits 316, par rapport au produit 317.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Évolution des tensions interfaciales au voisinage de la saturation.* Note [1] de M. F. **Barillet** et Mlle A. **Choisnard**.

Supposons un système composé de deux liquides non miscibles A et B, et d'une phase solide S. Il est bien connu que, par agitation, le solide S est mouillé préférentiellement par celle des phases A ou B pour laquelle sa

---

[1] Séance du 27 avril 1936.

tension interfaciale est la plus faible. En pratique, quand le degré de division du solide S est convenable, il passe dans cette dernière phase.

Si la phase S est soluble, à un degré quelconque, dans les deux phases A et B, l'expérience montre, d'une façon générale, que le solide S passe dans la phase vis-à-vis de laquelle sa solubilité est la plus élevée.

Si l'une des phases liquides (A par exemple) est saturée ou sursaturée du solide S et l'autre phase liquide (B) sous-saturée, le solide S s'installe alors dans la phase B, quel que soit le liquide qui l'humectait initialement. Quand on ajoute alors du liquide A non saturé, le solide S passe dans la phase A, si toutefois la quantité ajoutée est suffisante pour que la sous-saturation tombe au-dessous de celle de la solution B.

Si les deux phases A et B sont également saturées, le solide S passe dans la phase présentant la proportion la plus élevée de S à l'état dissous.

Exemples : 1° Une solution saturée de chlorure d'ammonium est agitée avec du chlorure d'ammonium broyé à 0,1-0^{mm},05 et avec de l'acide oléique. Le solide passe dans l'acide oléique.

2° Au mélange précédent on ajoute quelques gouttes d'eau pour désaturer la solution aqueuse (on peut aussi élever de quelques degrés la température). Le sel passe dans la solution aqueuse.

3° Dans l'essai I, on remplace l'acide oléique par de l'acide oléique préalablement saturé de chlorure d'ammonium. Le sel s'installe dans la solution aqueuse.

4° Les essais précédents peuvent être effectués, non seulement avec du chlorure d'amonium, mais aussi avec du sulfate de calcium, du chlorure de baryum, du sulfate de cuivre (ce dernier en liqueur acidifiée, naturellement) etc.

5° On peut réaliser ces expériences, non seulement avec de l'acide oléique, mais aussi avec nombre de liquides organiques appropriés. La solubilité de la phase solide n'a pas besoin d'être très élevée pour que le résultat soit net : une solubilité de 0,15-0,20 pour 100 suffit déjà.

6° On constate, par l'étude du phénomène aux limites de saturation, que le passage de la phase solide dans l'une ou l'autre phase liquide est d'autant plus net et plus rapide que l'une des solutions est fortement sursaturée, ou l'autre fortement sous-saturée.

Il semble qu'on puisse conclure ainsi : la tension à l'interface d'un solide et de sa solution est, en valeur absolue, d'autant plus élevée que le degré de sursaturation est plus élevé; d'autant plus faible que le degré de sous-saturation est plus élevé.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination de l'hydratation individuelle des ions.* Note de MM. **François Bourion** et **E. Rouyer** et de Mlle **O. Hun**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons déterminé (1) l'hydratation globale des ions de divers électrolytes en fixant la constante cryoscopique k' dans les solutions de ces derniers de manière que la constante d'équilibre $K_3 = C^3/C'$, entre molécules simples et molécules triples de la résorcine, possède la même valeur $K_3 = 3,500$ dans les solutions de ces électrolytes que dans l'eau pure.

Mais jusqu'ici, nous n'avons pas indiqué le degré d'hydratation individuelle des ions. Toutefois, nous avons pu y parvenir, en reprenant une hypothèse faite par Manchot, Jahrstorfer et Zepter (2), à la suite de suggestions faites antérieurement par K. Schäfer (3), basées sur des considérations de natures diverses, à savoir que *l'hydratation des ions nitriques est nulle.* Or nous avons montré (4), par la méthode indiquée plus haut, que l'on a les hydrates suivants :

$$NO^3Na\,9,3\,H^2O \text{ en solution } 1,00\,M_d = NO^3Na\,11,1\,H^2O \text{ en solution } 0,5\,M.$$

D'après ce qui précède, ces hydrates représentent aussi les hydrates de l'ion $\overset{+}{Na}$ aux mêmes concentrations

$$x_{\underset{+}{Na}} = 9,3\,H^2O \text{ en solution } 1,00\,M \text{ et } x_{\underset{+}{Na}} = 11,1\,H^2O \text{ en solution } 0,5\,M.$$

De proche en proche, à l'aide des valeurs obtenues pour l'hydratation globale des ions de divers électrolytes, on peut calculer les hydratations individuelles de tous les ions entrant dans les électrolytes expérimentés. Nous avons pu ainsi dresser le Tableau suivant :

---

(1) F. Bourion, E. Rouyer et Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1015; F. Bourion et E. Rouyer, *Ibid.*, **196**, 1933, p. 1111; F. Bourion et Mlle O. Hun, *Ibid.*, **196**, 1933, p. 1489; E. Rouyer, *Ibid.*, **198**, 1934, p. 742; Mlle O. Hun, *Ibid.*, **201**, 1935, p. 660.

(2) *Z. anorg. u. allgem. Chem.*, **141**, 1934, p. 38-81.

(3) *Z. anorg. u. allgem. Chem.*, **97**, 1916, p. 285.

(4) F. Bourion et Mlle O. Hun, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 660.

Concentr. ionique 1,00.	Concentr. ionique 0,5.	Auteurs.
$\underset{+}{\mathrm{Na}}$ 9,3 H^2O par le nitrate	$\underset{+}{\mathrm{Na}}$ 11,1 H^2O par le nitrate	Bourion et Mlle Hun.
$\underset{-}{\mathrm{Cl}}$ 3,9 H^2O par ClNa	$\underset{-}{\mathrm{Cl}}$ 4,5 H^2O par ClNa	Bourion et Mlle Hun.
$\underset{+}{\mathrm{K}}$ 4,7 H^2O par ClK	$\underset{+}{\mathrm{K}}$ 5,7 H^2O par ClK	Bourion et Rouyer.
$\underset{-}{\mathrm{Br}}$ 3,4 H^2O par BrK	$\underset{-}{\mathrm{Br}}$ 3,9 H^2O par BrK	Bourion et Mlle Hun.
$\underset{-}{\mathrm{Br}}$ 3,6 H^2O par BrNa	$\underset{-}{\mathrm{Br}}$ 4,2 H^2O par BrNa	Mlle Hun.
$\underset{+}{\mathrm{Li}}$ 11,1 H^2O par ClLi	$\underset{+}{\mathrm{Li}}$ 13,3 H^2O par ClLi	Bourion et Rouyer.
$\underset{+}{\mathrm{Am}}$ 2,3 H^2O par ClAm	$\underset{+}{\mathrm{Am}}$ 3,0 H^2O par ClAm	Bourion et Rouyer.
	$\underset{+}{\mathrm{Am}}$ 2,7 H^2O par nitrate	Mlle Hun.
	$\underset{-}{\mathrm{I}}$ 2,9 H^2O par IK	Mlle Hun.
	$\underset{+}{\mathrm{H}}$ 10,0 H^2O par ClH	Bourion et Mlle Hun.

Concentr. ionique 0,5.	Concentr. ionique 0,25.	
$\underset{--}{\mathrm{SO^4}}$ 4,8 H^2O par $SO^4(NH^4)^2$	$\underset{--}{\mathrm{SO^4}}$ 3,6 H^2O par $SO^4(NH^4)^2$	Mlle Hun.
$\underset{++}{\mathrm{Ca}}$ 19,2 H^2O par Cl^2Ca	$\underset{++}{\mathrm{Ca}}$ 21,6 H^2O par Cl^2Ca	Bourion et Rouyer.
$\underset{++}{\mathrm{Sr}}$ 18,9 H^2O par Cl^2Sr	$\underset{++}{\mathrm{Sr}}$ 21,3 H^2O par Cl^2Sr	Rouyer.
$\underset{++}{\mathrm{Ba}}$ 18,3 H^2O par Cl^2Ba	$\underset{++}{\mathrm{Ba}}$ 20,1 H^2O par Cl^2Ba	Rouyer.
$\underset{++}{\mathrm{Mg}}$ 20,3 H^2O par Cl^2Mg	$\underset{++}{\mathrm{Mg}}$ 22,6 H^2O par Cl^2Mg	Bourion et Rouyer.
$\underset{++}{\mathrm{Mg}}$ 19,2 H^2O par SO^4Mg	$\underset{++}{\mathrm{Mg}}$ 22,3 H^2O par SO^4Mg	Mlle Hun.

Voici, à titre de comparaison, les résultats obtenus par divers auteurs, en utilisant des principes différents :

Baborovsky, Velisck et Wagner (5), par transport des ions, ont trouvé en solution : 1,00 $x_{\underset{+}{K}} = 5^{mol}$ d'eau ; $x_{\underset{+}{Na}} = 8\text{-}9^{mol}$ d'eau ; $x_{\underset{+}{Li}} = 13\text{-}14^{mol}$ d'eau ; $y_{\underset{-}{Cl}} = 4^{mol}$ d'eau ; $y_{\underset{-}{Br}} = 3^{mol}$ d'eau ; $x_{\underset{+}{H}} = 1^{mol},06$ d'eau. Manchot, Jahrstorfer et Zepter (*loc. cit.*), en comparant la solubilité de C^2H^2 et de N^2O dans l'eau et les solutions d'électrolytes, ont trouvé à la concentration 1,00 $x_{\underset{+}{K}} = 5{,}6$; $x_{\underset{+}{Na}} = 8{,}9$; $y_{\underset{-}{Br}} = 2{,}2$ et $y_{\underset{-}{Cl}} = 3^{mol},1$ d'eau à 25°. $x_{\underset{++}{Ca}} = 14{,}6$, $x_{\underset{++}{Ba}} = 16{,}8$; $x_{\underset{++}{Mg}} = 13{,}0$. Enfin Bjerrum et Schreiner (6) ont trouvé, par des mesures de l'activité des ions, $x_{\underset{+}{H}} = 10$ à 11^{mol} d'eau. $x_{\underset{+}{Li}} = 6{,}5$ à $7{,}5$; $y_{\underset{-}{Cl}} = 2^{mol},5$ d'eau ;

(5) *J. Chim. Phys.*, **25**, 1928, p. 452-481.

(6) *Z. f. anorg. Chem.*, **109**, 1920, p. 275 ; **121**, 1922, p. 321 ; **135**, 1924, p. 333.

$y_{\bar{OH}} = 6,5$ à $7,0$; $y_{\bar{F}} = 6,5$. Nos résultats sont assez d'accord avec l'ensemble des précédents sauf pour l'ion $\bar{H}$, où nous utilisons une méthode statique ainsi que Bjerrum, alors que Baborovsky utilise une méthode dynamique.

PHYSICOCHIMIE. — *Sur les propriétés spectrales ultraviolettes de l'acide salicylique en fonction du* pH. Note [1] de Mlle **Henriette Schuhler**, présentée par M. Marcel Delépine.

A la suite de divers auteurs (Vlès, Gex, Molnar etc.) [2] et en suivant des principes analogues, nous avons entrepris d'étudier en fonction du pH les propriétés spectrales ultraviolettes des solutions aqueuses de l'acide salicylique. Cette recherche nous a montré, en première approximation, que, dans ces conditions, l'acide salicylique se comporte comme un système peut-être un peu plus compliqué que ne permettent de le prévoir les données purement électrochimiques.

Technique. — Nous avons préparé les solutions à partir d'un échantillon de salicylate de sodium, dont la pureté a été vérifiée par les techniques classiques. A partir d'une solution mère, nous avons fait des dilutions à 0,038 pour 1000, dont les pH ont été modifiés par addition d'acide chlorhydrique ou de soude. La mesure des pH a été faite au potentiomètre Chauvin-Arnoux avec galvanomètre à cadre mobile et, suivant les cas, avec l'électrode à hydrogène ou l'électrode à antimoine en différentiel. Les mesures spectrophotométriques ultraviolettes ont été effectuées suivant des techniques connues [3] avec des spectrophotomètres en quartz à diaphragme mobile sur le collimateur (appareil Pellin avec arc au mercure, appareil Jobin-Yvon avec lampe à hydrogène [4]). Les épaisseurs ont toujours été de 1^{cm}, un témoin étant fait avec le solvant et, dans les pH élevés, avec des solutions sodiques de concentration comparable. Entre des concentrations d'acide salicylique étagées entre 4.10^{-4} et 1.10^{-5} gr. par litre, nous avons pu vérifier que la loi de Beer s'applique aux erreurs expérimentales près.

Aspect général. — Ainsi que l'ont vu différents auteurs (Hartley, Henri,

---

(1) Séance du 3 mai 1937.

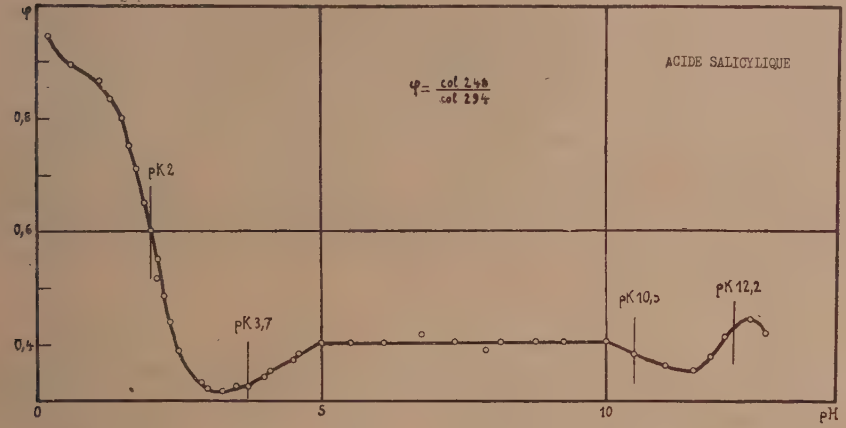
(2) M. Gex, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 2145.

(3) F. Vlès, *Arch. Phys. biol.*, **4**, 1925, p. 221; **11**, n° 2, 1934, p. 77.

(4) La lecture des clichés a été effectuée par Mlle Gex.

Castille et Klingstedt, Dubouloz etc.), le spectre de l'acide salicylique comprend trois bandes : l'une (I) au voisinage de $300^{m\mu}$, la seconde (II) vers $230^{m\mu}$, beaucoup plus élevée, et la troisième (III) provenant de l'ultraviolet éloigné. Nous avons porté notre étude en fonction du pH sur la bande I. Celle-ci se déplace entre 294 et $302^{m\mu}$ lorsque le pH baisse; les constantes d'absorption subissent d'autre part des variations : alors qu'elles sont à peu près invariables entre pH 4,5 et 10, elles décroissent notablement au-dessous de la première limite et croissent beaucoup au-dessus de la dernière.

Pour analyser ces résultats, nous avons utilisé la méthode connue (Vlès) de la variation du rapport de deux colog. I/I_0, pris sur des longueurs d'onde différentes, exprimée en fonction du pH. Une courbe de ce type ($\varphi =$ colog. λ 248/colog. λ 294) présente une portion parallèle aux abscisses entre pH 5 et pH 10, limitée à chaque extrémité par un minimum suivi d'un sommet (3,5 et 0,6; 11,5 et 12,4). Il y a donc quatre points



Variations du rapport $\varphi = \frac{\text{col. } 1/1_0\,(\lambda\ 248)}{\text{col. } 1/1_0\,(\lambda\ 294)}$ de l'acide salicylique en fonction du pH des solutions.

d'inflexion. La reconstitution de la courbe par le calcul nécessite dans ces conditions quatre constantes interprétables comme des pK, sur 2,0; 3,7; 10,5 et 12,2. Or les mesures classiques (Salm, Jones) [5] indiquent pour

---

[5] Scudder, *Conductivity and ionization constants of organic compounds*, New-York, 1914; Kolthoff, *La détermination colorimétrique de la concentration des ions hydrogène*, 3e édition, Paris, 1926.

la dissociation de la fonction acide du carboxyle de l'acide salicylique un pH de 2,9. Dans ces conditions, le rapport φ devrait donner une courbe d'acide monovalent, en forme d'S, à point d'inflexion voisin de 2,9. Nous trouvons ici deux constantes, 2,0 et 3,7, dont la constante électrochimique est approximativement la moyenne.

En faisant intervenir les dissociations du carboxyle et de la fonction phénolique, il est facile de prévoir *a priori* dans l'échelle des pH au moins quatre états successifs pour l'acide salicylique : aux pH bas le carboxyle et le phénol indissociés (A); puis le carboxyle dissocié alors que le phénol ne l'est pas (B); puis le carboxyle et le phénol dissociés (C); enfin, aux pH très élevés, et par effet homoionique de la soude ajoutée, l'apparition d'un phénate de soude indissocié (D) [et en outre peut-être celle du sel sodique indissocié du carboxyle (E)]. D'après l'ordre de grandeur de la constante homologue de l'acide phénique, les termes C et D correspondraient visiblement à pH 10,5 et 12,2; la forme B comprendrait donc le plateau entre pH 4,6 et pH 10. Il faudrait alors faire intervenir un cinquième état non prévu pour expliquer le dédoublement de la constante électrochimique en deux pK à 2 et 3,7. Si l'on admet, comme vraisemblable, que la dissociation du carboxyle est déjà sur pK 2, on pourrait supposer, en faisant appel à l'hypothèse qu'on a proposée pour l'acide phénique ([6]), que la dissociation de la fonction phénol est accompagnée d'une transformation hémiquinonique non simultanée, l'une des modifications étant ici régie par la constante 3,7 et l'autre par 10,5. Nous comptons voir par la suite si des mesures électrochimiques fines ne permettent pas de préciser les conclusions de l'étude spectrale.

CHIMIE MINÉRALE. — *Bleus de molybdène. Sur un acide phosphocéruléo-molybdique.* Note ([1]) de M. **Victor Auger** et Mlle **Nina Ivanoff**, présentée par M. G. Urbain.

Une étude expérimentale portant sur les modes de formation de l'acide phospho-conjugué céruléo-molybdique de G. Denigès ([2]) nous a permis d'obtenir un composé bleu appartenant au même groupe, mais dans lequel

---

([6]) Heinrich, *Les théories de la Chimie organique*, 4e édition, Paris, 1925, p. 78; M. Gex, *loc. cit.*

([1]) Séance du 3 mai 1937.

([2]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 777.

l'acide phosphorique est relié à 12^{at} de molybdène, probablement liés entre eux sous forme de 2^{mol} de bleu de molybdène Mo^6O^{17}, tandis que dans celui de Denigès il est relié à 2^{mol} de bleu Mo^5O^{14}, soit $PO^4H^3.2(Mo^5O^{14}).6H^2O$.

Acide phospho-duodéci-céruléo-molybdique $PO^4H^3(Mo^6O^{17})^2, nH^2O$. — On prépare une solution contenant environ 1 partie de MoO^3 en deux parties de ClH conc. 10^{cm^3} de cette solution additionnés de 4^{cm^3} de ClH concentré sont réduits par chauffage au bain-marie avec 2^g de poudre de molybdène; la solution rouge de $MoOCl^3$ est diluée à 24^{cm^3} par addition d'eau bouillie, et filtrée.

En mélangeant volumes égaux de la solution réduite et de la solution primitive, la liqueur présente la composition $2Mo^{VI}+1Mo^{V}$, correspondant aux oxydes $4MoO^3Mo^2O^5$ ou Mo^6O^{17}. Sa coloration vert brunâtre vire au bleu foncé par addition d'une quantité de PO^4H^3 calculée pour avoir le rapport atomique de 1 partie pour 10 Mo. Laissée au repos pendant 24 heures, la solution laisse déposer une masse cristalline bleu foncé. Après essorage sur filtre en verre, elle est lavée à plusieurs reprises par du ClH à 20 pour 100 environ, bien froid, jusqu'à ce que l'acide de lavage coule presque incolore. On étale le produit lavé sur plaque poreuse et le sèche dans un dessiccateur en présence de NaOH en plaques, sous pression réduite. La poudre microcristalline bleu foncé obtenue a été soumise à l'analyse.

Calcination du bleu à 400°-450°. — $1^g,033$ fournit 0,899 de résidu. La perte $0^g,1345$ soit 13,0 pour 100, représente à la fois l'eau d'hydratation et l'eau de constitution, dont le départ ne peut être fait actuellement de façon suffisamment probante.

Dosages du molybdène total et du molybdène oxydable par le permanganate et considéré comme pentavalent (oxyde Mo^2O^5). — Permanganate 0,1 utilisé pour oxyder $0^g,343$ de bleu $6^{cm^3},9$. Après réduction de toute la solution à l'état trivalent, la réduction exige : $61^{cm^3},4$ de permanganate formule de l'oxyde $Mo^{6,17}O^{17,51}$ ou $(MoO^3)^{4,17}Mo^2O^5$. Aux erreurs d'analyse près, ces chiffres indiquent la présence dans la molécule du bleu Mo^6O^{17}.

Dosage du phosphore. — 1° Par précipitation de phosphomolybdate d'ammonium et calcination à 400°.

0,702 de bleu fournissent $0^g,615$ d'acide phosphomolybdique P pour 100 1,50. Rapport mol. P/Mo = 1/12,1.

2° Précipitation de phosphomolybdate d'ammonium, qui, après dissolution dans AmOH, fournit par la liqueur magnésienne PO^4AmMg qu'on calcine. $1^g,140$ de bleu donne 0,063 de $P^2O^7Mg^2$. P °/₀ = 1,540. Rapport mol. P/Mo = 1/11,90.

3° Enfin, en admettant que la calcination du bleu laisse un résidu de

même composition que le bleu phosphomolybdique, on trouve P % = 1,50, chiffre identique à 1°.

Nous pouvons ainsi établir sans doute possible la formule du bleu exprimée en oxydes par $P^2O^5 4(Mo^6O^{17})$, soit $PO^4H^3 2(Mo^6O^{17})$, nH^2O.

Nous ne donnons pas la teneur en eau de cristallisation, car, suivant le mode de dessiccation, elle a varié pour divers échantillons. Dans le produit qui a été soumis à l'analyse elle était d'environ 19. Les réactions qualitatives que nous avons effectuées avec le nouveau bleu sont les mêmes que celles du bleu de Denigès : solubilité dans l'éther de la solution fortement acidulée, passage dans l'eau pure du pigment dissous dans l'éther ; formation de cristaux microscopiques d'aspect hexagonal par évaporation de cette solution sur un porte-objet ; oxydabilité à l'air, etc.

Seule une étude approfondie permettra de faire ressortir des différences entre ces deux bleus phosphoriques.

Notons que, dans la préparation du bleu de G. Denigès, les rapports moléculaires de PO^4H^3 et du MoO^3 mis en œuvre sont d'environ 1 à 1,8, représentant plus de 5 fois la quantité de PO^4H^3 nécessaire à la formation d'un bleu déca-céruléo-molybdique, tandis que nous avons opéré avec un léger excès de PO^4H^3 sur la proportion de 1P : 12Mo. Il sera donc intéressant de comparer ces deux bleus à celui qui se forme dans le dosage colorimétrique de l'acide phosphorique, où les conditions de formation se rapprochent de celles de notre bleu duodécimolybdique.

MÉTALLURGIE. — *Sur la corrosion des bronzes de glucinium.* Note de M. **Haldun N. Terem**.

L'étude de la corrosion d'une série d'alliages *coulés* de Cu-Gl, de 0,5 à 10 pour 100 de glucinium, a été faite par la méthode de la perte de poids et par l'observation de la surface des éprouvettes après attaque.

Nous avons employé l'appareil à circulation figuré ci-dessous, basé sur le même principe que celui de Thyssen et Bourdouxhe [1], et dont le tube en U, rôdé intérieurement, peut être enlevé pour recevoir l'éprouvette. Ce tube était plongé, pendant l'essai, dans un thermostat réglé à 20°.

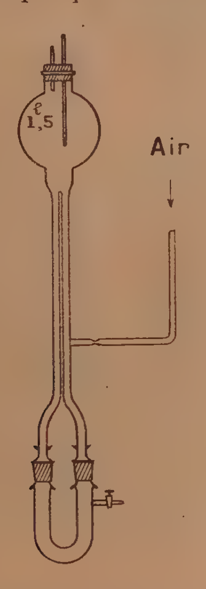
Nous avons employé, comme liquides d'attaque, les acides chlorhydrique, sulfurique, nitrique, acétique, la soude et l'ammoniaque, à des

---

[1] *Rev. Univ. des Mines,* 7e série, 19, 1928, p. 63.

concentrations variant de 1 à 10 pour 100. La durée de chaque contact était de 24 heures. Un essai avec l'eau de mer artificielle d'une durée de 15 jours, fut également fait.

Le tableau suivant donne quelques résultats obtenus avec les réactifs



à 10 pour 100, les chiffres indi quant les pertes de poids en milligrammes par centimètre carré et par 24 heures :

Gl %.	HCl.	NO^3H.	SO^4H^2.	CH^3COOH.	NaOH.	NH^3.
0,5......	0,4	2,1	1,3	0,4	0,3	7,1
1.......	1	1,1	1,2	0,3	0,2	5,3
2.......	0,9	1,2	1,2	0,4	0,3	5,4
5.......	0,9	307	1	0,2	0,2	3,7
10......	1	933	—0,14 (²)	0,1	0,3	2,9

Ces chiffres, et ceux obtenus avec d'autres concentrations des réactifs, confrontés avec l'examen de la surface des éprouvettes, permettent de conclure que :

1° C'est à l'action des acides chlorhydrique et acétique que les bronzes de glucinium résistent le mieux. L'augmentation de leur teneur en glucinium ne semble pas avoir d'influence sur l'importance de l'attaque.

(²) Augmentation de poids.

2° L'attaque par l'acide sulfurique est plus sensible, et se distingue par une action oxydante : des éprouvettes se recouvrent d'une couche d'oxyde rouge, assez adhérente. Mais cette action ne s'exerce pratiquement plus pour des teneurs relativement hautes en glucinium : l'éprouvette à 10 pour 100 reste presque intacte.

3° La résistance à l'acide azotique, à peu près du même ordre de grandeur que celle du cuivre, jusqu'à 2 pour 100 de glucinium, diminue énormément à partir de 5 pour 100.

4° La résistance à la soude est généralement du même ordre de grandeur qu'avec l'acide sulfurique, et il y a également oxydation, avec noircissement des éprouvettes. Mais tous les alliages subissent un maximum d'attaque dans la soude à 2,5 pour 100. Ce maximum, très net, diminue quand augmente la teneur en glucinium.

5° L'attaque par l'ammoniaque est sensible et semble diminuer avec l'augmentation de la teneur en glucinium.

6° Les alliages étudiés résistent bien à l'action de l'eau de mer artificielle. Ils gardent pratiquement leur poli, mais de légères piqûres apparues à la surface de l'alliage à 10 pour 100 de glucinium laissent des doutes quant à la conservation des propriétés mécaniques des alliages à haute teneur, qui n'offrent d'ailleurs pas d'intérêt au point de vue industriel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formation d'ammoniac par ébullition de quelques protéines avec des solutions alcalines de potasse.* Note de M. **Georges Laude**, présentée par M. Richard Fosse.

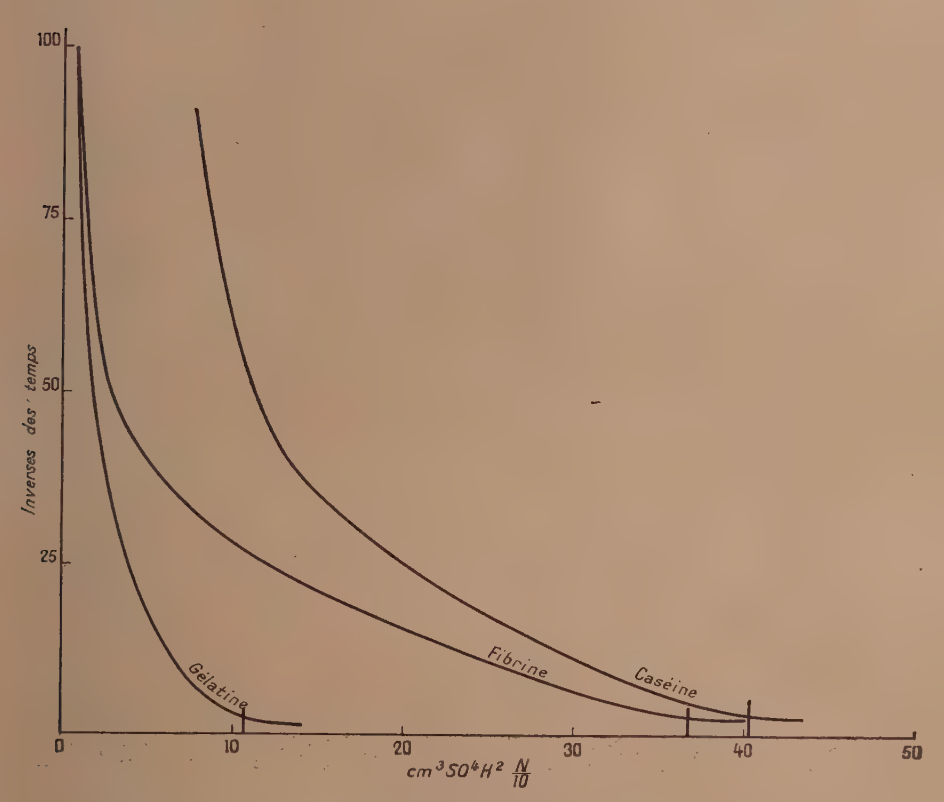
1. Les protéines traitées par des solutions alcalines de potasse sont hydrolysées avec formation de nombreux composés. Parmi ceux-ci, nous avons pensé que le gaz ammoniac, facilement éliminable au fur et à mesure de sa formation, pouvait servir à suivre le phénomène de la dislocation de la molécule.

2. Pour atteindre ce but, nous avons réalisé l'hydrolyse à l'ébullition en opérant dans un appareil à doser l'ammoniaque de Vigreux et dosé le gaz libéré selon la méthode classique. Une grosse difficulté expérimentale est la formation de mousse qui gêne et empêche même parfois de poursuivre la distillation. Nous avons évité cet écueil en choisissant des proportions convenables de protéines et de solutions alcalines et dans certains cas en réalisant la distillation en présence d'huile de vaseline.

3. Cette étude a été faite pour les protéines suivantes : gélatine, caséine, fibrine. Les tableaux ci-dessous indiquent les conditions expérimentales adoptées ainsi que les quantités d'acide sulfurique N/10 nécessaires pour neutraliser l'ammoniaque recueillie en fonction du temps.

Conditions expérimentales.

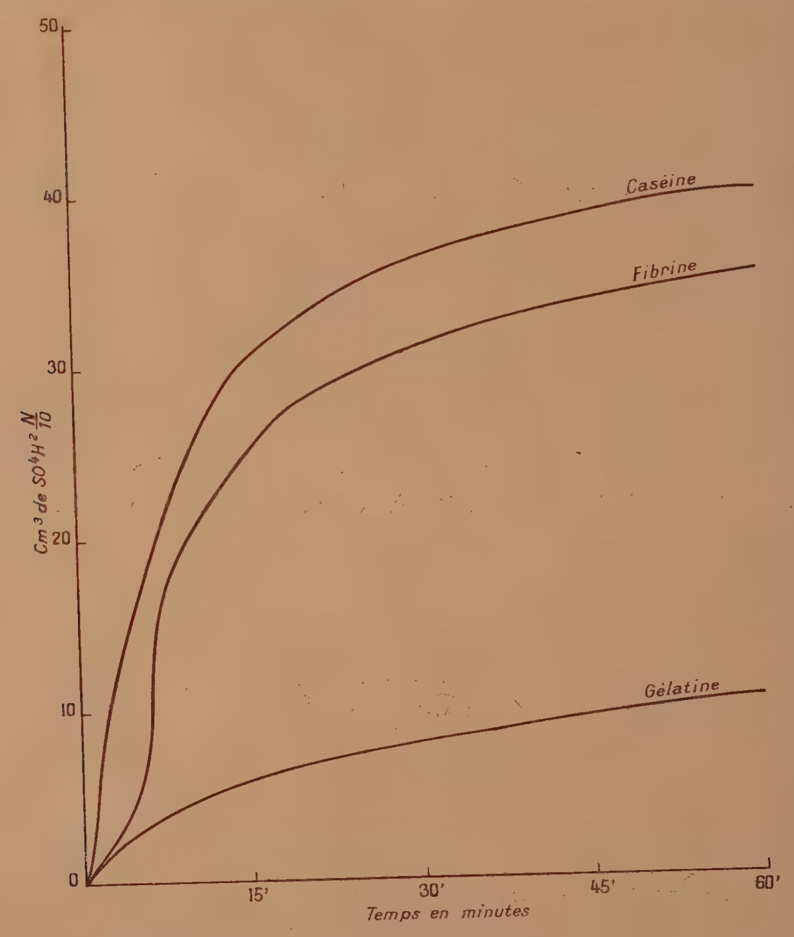
Poids de protéine mis en expérience..........................	3g
Volume de solution de potasse normale utilisé..................	150cm³
Poids de ponce granulée..	0g,5 (env.)
Volume d'huile de vaseline utilisé (*dans le cas de la caséine*).....	25cm³ (env.)



A. *Courbes obtenues en portant en abscisses les nombres de centimètres cubes de* SO^4H^2 N/10 *et en ordonnées les inverses des temps.*

4. Ces résultats ont permis la construction des deux réseaux de courbes A et B.

L'expérience montre que, quelle que soit la durée de nos distillations, il y a toujours dégagement d'ammoniac. Mais l'examen des résultats classés dans les tableaux et des courbes qui les représentent, montre un changement d'allure très net dans celle-ci après une durée de distillation de



B. *Courbes obtenues en portant en abscisses les temps et en ordonnées les nombres de centimètres cubes de* SO^4H^2 N/10.

l'ordre de *une heure*. Il est vraisemblable que l'ammoniac dégagée pendant cette période correspond à l'hydrolyse de la molécule de protéine, tandis que l'ammoniac qui se dégage ensuite est engendrée par la démolition des produits formés au cours de la première hydrolyse.

Alors que la teneur en azote total des différentes protéines est sensiblement du même ordre de grandeur, les courbes précédentes montrent que l'élimination d'une partie de cet azote sous la forme ammoniacale fait déjà apparaître un caractère différentiel entre ces composés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de la cyanamide par oxydation, en présence d'ammoniac, de quelques sucres, lévulose, arabinose, mannitol et glycérol.* Note de M. **Roger de Larambergue**, présentée par M. Richard Fosse.

La synthèse de la cyanamide a pu être réalisée par oxydation ammoniacale du formol [R. Fosse et P. de Graeve [1]] et de l'aliment carboné que nous consommons le plus abondamment, le *glucose* [R. Fosse et R. de Larambergue [2]].

Cette dernière synthèse révèle, sans doute, la genèse jusqu'ici inconnue d'importants principes naturels, qui ont pu être reproduits artificiellement grâce à la cyanamide. Qu'il nous suffise de citer la *créatine* des muscles et l'*arginine*, constituant de tous les protides.

Dans cette Note nous nous proposons de démontrer que le *lévulose*, l'*arabinose*, la *mannitol* et le *glycérol* donnent naissance à la cyanamide, si, dans des conditions expérimentales convenables, on les soumet à l'action du permanganate de potassium, en milieu ammoniacal.

Dans les expériences que nous décrivons aujourd'hui, comme dans celles déjà publiées sur le glucose [2], la cyanamide ne se trouve pas à l'état libre, mais sous la forme d'une combinaison de nature inconnue.

1. *Oxydation du lévulose, de l'arabinose, du mannitol et du glycérol.* — Le mode opératoire suivi diffère de celui de l'oxydation du glucose [2] par la suppression de la défécation de la liqueur d'oxydation à l'aide de nitrate de calcium. En voici d'ailleurs la description.

Mode opératoire de l'oxydation. — Introduire rapidement, en agitant et refroidissant, le permanganate de potassium pulvérisé (40^{g}), dans une solution contenant la matière à oxyder (10^{g}), de l'ammoniaque concentrée (40^{cm^3}), et de l'eau en quantité suffisante pour former un volume de 200^{cm^3}. L'oxydation ne dure que 3 à 4 minutes et la température maximum atteint 70° à 75°.

2. *Isolement de la cyanamide à l'état de combinaison argentique.* — Cen-

---

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 789.
(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1285.

trifuger à grande vitesse le produit brun épais de l'oxydation; à la liqueur obtenue ajouter successivement son demi-volume de liqueur titrée $2n$ de nitrate d'argent puis de potasse; centrifuger et laver à l'eau le dépôt brun. Celui-ci traité, aussitôt après sa préparation rapide, par de l'acide nitrique dilué refroidi, donne une solution ne produisant pas de précipité jaune de cyanamide d'argent. Abandonné à la température du laboratoire plusieurs jours, ou soumis, 10 minutes, à l'action d'un bain d'eau en ébullition, puis traité par de l'acide nitrique n, dans la glace, il cède à ce réactif de la cyanamide, précipitable par l'ammoniaque concentrée en flocons volumineux, abondants, jaunes, de CN^2Ag^2.

3. *Dosage de la cyanamide.* — Nous avons suivi la méthode de R. Fosse, Ph. Hagene et R. Dubois ([3]), basée : 1° sur la transformation intégrale de la cyanamide, libre ou argentique, en urée par l'action des acides minéraux dilués, tels que les acides n ou $2n$, vers 50° à 55°

$$CN.NH^2 + H^2O = NH^2.CO.NH^2;$$

2° sur le dosage pondéral de l'urée, ainsi formée, à l'état de sa combinaison dixanthylée, dont le poids moléculaire (420) est 10 fois supérieur à celui de la cyanamide (42).

Mode opératoire. — Chauffer, avec $HCl\,n$ (6$^{cm^3}$), le sel argentique jaune insoluble dans l'ammoniaque concentrée, obtenu par la technique ci-dessus décrite, aux dépens de 20$^{cm^3}$ de la liqueur d'oxydation correspondant à 1^g de matière. Refroidir le tube à centrifuger, alcaliniser son contenu en présence de phtaléine par de la lessive de soude concentrée, lui ajouter de l'acide acétique cristallisable (6$^{cm^3}$), triturer, centrifuger et filtrer dans une éprouvette graduée, laver par centrifugation le dépôt avec de l'acide acétique cristallisable (6$^{cm^3}$), puis de l'acide acétique à 66 pour 100, ajouter au volume obtenu (20 à 25$^{cm^3}$), 1/20e de solution alcoolique de xanthydrol à 1/10e. Le poids d'urée xanthylée recueilli, divisé par 10, représente la cyanamide contenue dans le précipité argentique.

Substance oxydée.	Xanthylurée pour 1^g de substance.	Cyanamide formée pour 100^g de matière oxydée.
	g	g
Lévulose	0,08	0,8
Arabinose	0,039	0,39
Mannitol	0,02	0,2
Glycérol	0,0264	0,264

([3]) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 214 et 408; R. Fosse, *L'Urée*, Paris, 1928, p. 42.

GÉOLOGIE. — *Sur les brèches et conglomérats des environs de Rochechouart (Haute-Vienne).* Note de M. **François Kraut**.

On rencontre aux environs de Rochechouart de nombreux affleurements de brèches et de conglomérats auxquels les anciens auteurs attribuaient une origine volcanique ([1]). L'extension de ces roches est assez considérable : certains îlots atteignent une surface de 5-6$^{km^2}$. Considérées comme faisant partie d'une seule formation, elles ont été désignées sous le terme de « conglomérats permiens » sur la feuille de Rochechouart de la carte géologique au 80000e. L'étude que nous avons entreprise montre qu'il s'agit en réalité d'un ensemble constitué par des éléments très variés et que les divers types qu'on y distingue ont dû se former dans des conditions différentes.

Brèches tectoniques de Rochechouart-Pressignac. — Ces brèches sont formées par des débris du substratum sur lequel elles reposent directement. On les trouve ainsi en bandes parallèles alternant avec des parties intactes de la roche mère.

Cimentés sur place, les fragments constituant ces brèches se touchent directement ou ne sont séparés que par des portions extrêmement réduites d'un liant résultant de l'écrasement et de la décomposition des éléments clastiques. L'examen microscopique permet de reconnaître ces fragments comme provenant d'une série gneissique assez variée dans laquelle on constate la présence d'un gneiss syénitique presque entièrement dépourvu de quartz et très riche en micas. A côté de ces fragments s'en trouvent quelques autres, en quantité beaucoup moindre, formés ceux-ci d'un granite monzonitique.

Les autres types que nous avons étudiés posent des problèmes beaucoup plus compliqués, leurs constituants provenant de différents éléments lithologiques et plusieurs phases de la géologie régionale ayant contribué à leur formation.

Conglomérats sédimentaires bleus de Chassenon ([2]). — Rappelons-en ici brièvement les caractères essentiels.

Cimentés par une masse bleue, extrêmement dure, très riche en chlo-

---

([1]) Ph. Glangeaud, *Bull. Service de la Carte géologique*, **20**, 1910, p. 93.

([2]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 221.

rites, ces conglomérats renferment des fragments dont les dimensions varient de débris microscopiques à des blocs atteignant plusieurs décimètres cubes. D'après leurs formes et leur nature lithologique nous pouvons classer ces fragments en trois groupes.

1° *Éléments d'origine tectonique.* — De formes anguleuses, ces éléments présentent des faces parfaitement planes, cependant parfois striées (miroirs de faille). Ils proviennent, pour une partie, des terrains en affleurement aux alentours, le reste étant constitué par des roches dont nous ne retrouvons pas la présence dans la région en dehors de ces conglomérats (grès et pelites micacées).

2° *Éléments d'origine volcanique.* — Ces éléments, très répandus, comprennent des débris de rhyolite, d'andésite, des ponces et une grande quantité de produits vitreux de couleur verte, parfois jaune et même incolore.

3° *Galets roulés.* — Bien que beaucoup moins nombreux que les précédents, ces éléments sont d'une très grande importance pour l'explication de l'origine de nos conglomérats. Ils apportent, en effet, la preuve certaine d'une formation sédimentaire. D'un diamètre moyen de 10^{cm}, ces galets proviennent, en grande partie, des filons de microgranite qui traversent le substratum cristallophyllien.

Conglomérats sédimentaires rouges de Saint-Gervais-Montoume. — Ces conglomérats sont cimentés par une matière compacte qui apparaît au microscope comme une substance amorphe avec d'innombrables taches rouges ferrugineuses et très riche en silice d'origine secondaire.

Les éléments clastiques sont, en grande partie, constitués par des grès ferrugineux à texture rubanée et des schistes rouges dont nous ne connaissons pas d'affleurement en place dans la région.

A côté de ces fragments, tous à faces planes, s'en trouvent d'autres, de formes quelconques, originaires des masses intrusives et des filons voisins.

En outre, quelques galets roulés soulignent l'origine sédimentaire de la formation. Toutes ces roches, schistes et fragments granitiques, ont une teinte rouge due à la présence du mica-biotite, lequel, par suite de sa décomposition partielle, s'est recouvert d'une couche ferrugineuse.

Un grand nombre des fragments sont entourés d'une matière rouge ayant l'aspect de la silice amorphe. Cette matière se trouve également en lambeaux isolés dans le conglomérat. L'étude au laboratoire permet de supposer que nous avons affaire à un produit vitreux d'origine volcanique.

Son indice de réfraction, mesurée par la méthode de l'immersion, est de 1,529. Elle est optiquement isotrope. L'analyse thermique différentielle montre l'absence, dans cette matière de corps argileux; les courbes de déshydratation ne présentent qu'un faible crochet endothermique à 600°; elles ont du reste l'allure de celles obtenues avec des verres artificiels. On observe au microscope de nombreuses fissures capillaires bordées de bandes rouges; la couleur de la substance est due à l'infiltration de solutions riches en fer.

Conclusions. — Il convient de séparer en deux groupes distincts les brèches et conglomérats des environs de Rochechouart : 1° *Brèches tectoniques* (Rochechouart-Pressignac); 2° *Conglomérats sédimentaires* (Saint-Gervais-Montoume, Chassenon).

Les éléments constituants de ces formations comprennent, en grande partie, des matériaux d'origine tectonique provenant de mouvements anciens ayant affecté le socle cristallin et aussi des mouvements plus récents ayant intéressé les sédiments primaires superposés à ce socle. A ces matières transportées vraisemblablement à faible distance de leur lieu d'origine, s'ajoutent des galets roulés ainsi que des débris de roches d'origine certainement volcanique.

GÉOLOGIE. — *Observations sur le littoral portugais entre l'embouchure de la rivière d'Odesseixe et celle du Rio Mira*. Note de MM. **Antonio de Medeiros Gouvêa** et **Georges Zbyszewski**.

Au cours de récentes recherches effectuées sur la Côte au sud de la rivière d'Odesseixe, nous avions retrouvé plusieurs affleurements importants de dune tyrrhénienne signalés par M. Jacques Bourcart au voisinage du Cap Saint-Vincent. Il nous est maintenant possible de signaler deux autres points qui nous paraissent particulièrement intéressants.

A la pointe de Cabeça Gorda, sur le parallèle de S. Teotonio, la dune consolidée couronne toute la falaise carbonifère, dominant la pénéplaine côtière légèrement inclinée vers la mer.

Très dure, elle présente plusieurs niveaux dont certains, plus compacts, sont exploités par les habitants pour la fabrication de meules. Sa surface est corrodée en lapiés, recouverts en partie par la dune meuble actuelle.

La coupe de la falaise est la suivante, du sommet à la base :

a. Dune meuble actuelle à l'altitude $+74^m$; *b. dune consolidée* (puissance 3^m) sculptée en lapiés à la surface; *c. grès à ciment ferrugineux* (faciès sidérolitique;

d. sables et grès ferrugineux; e. sables bien stratifiés blancs grisâtres avec minces niveaux de grains agglomérés par de l'oxyde de fer; *f. sables jaunes* avec niveaux de cailloux roulés à la base; *g. niveau de galets* (quartz, schistes carbonifères, quartzites); *h. schistes carbonifères plissés*

Le niveau de galets *g* se poursuit sur près de 1^{km} et disparaît au voisinage de la plage Zambugeira à 64^{m} d'altitude. Il s'abaisse légèrement du Nord vers le Sud. En plusieurs points, les galets sont cimentés en un véritable poudingue par un ciment d'oxyde de fer.

Sur la plage de Villa Nova de Milfontes, nous avons observé un très curieux accident, d'âge très récent, qui a provoqué l'affaissement de toute l'embouchure du Rio Mira. D'une part, les terrasses visibles à $+8^{m}$ d'altitude au Fort de Villa Nova et plus à l'Est, à la sortie de la localité, à $+30^{m}$, sont inclinées vers la mer, d'autre part, la dune consolidée à la pointe du Sémaphore plonge dans la mer qui l'a sculptée en un lapiés de toute beauté qui découvre en partie à marée basse.

La dune consolidée, qui paraît supporter un premier niveau de galets au voisinage de l'estuaire, recouvre un deuxième niveau bien visible sur la plage et repose directement sur les schistes plissés du Carbonifère.

Ce dernier niveau de galets passe rapidement du niveau de la plage à l'altitude $+5^{m}$, puis atteint $+15^{m}$ sur une plage située à un kilomètre au nord du Sémaphore. En ce dernier point, il est fortement cimenté par l'oxyde de fer.

Dans le talus de la plage de Villa Nova, au-dessous du Sémaphore, on observe un accident orienté sensiblement W 20° N qui abaisse jusqu'au niveau de la plage les couches supérieures de la falaise.

Celles-ci se relèvent progressivement vers le Nord, où la falaise offre la coupe suivante :

a. Terre meuble, $1^{m},60$; *b. dune consolidée*, peu épaisse à nombreuses coquilles d'*Helix; c. sables jaunes* avec niveaux de sables agglomérés par ciment ferrugineux, 2^{m}; *d. Sables blancs* ou gris légèrement marneux, 4^{m}; *e. sables jaunes* ou blancs avec niveaux de cailloux roulés, 2^{m}; *f. niveau de gros galets* (1^{m}) cimentés en plusieurs points par de l'oxyde de fer; *g. schistes carbonifères plissés.*

Ces observations apportent une preuve de plus à l'hypothèse de mouvements quaternaires récents sur la côte portugaise sud-occidentale. Ces mouvements, qui ont pour résultat actuel de provoquer une flexure du littoral vers la mer, *se produisent avec une efficacité différente suivant les*

points considérés. Il semble que l'embouchure du Rio Mira ait été, en plus de ce mouvement général, affectée d'un mouvement local dont les causes doivent être recherchées dans la tectonique de la région.

GÉOLOGIE. — *Sur quelques niveaux à Foraminifères du Crétacé de l'Aurès (Algérie).* Note (¹) de M. **Robert Laffitte**, présentée par M. Charles Jacob.

Dans le Crétacé à faciès néritique d'Algérie, les Mollusques et Échinides abondent, et ce sont eux qui ont surtout attiré l'attention des auteurs. Les Foraminifères, quoique plus rares, permettent cependant, dans la région que j'étudie, quelques remarques dont certaines d'une portée générale.

A. Orbitolines. — En Afrique du Nord, les Orbitolines n'ont été signalées jusqu'ici que dans le Crétacé inférieur, et encore les seuls niveaux où elles ont été recueillies en abondance sont-ils aptiens; dans l'Albien, elles sont toujours rares et leur âge n'a pu être établi avec certitude et précision. Dans l'Aurés, j'ai reconnu leur présence à plusieurs niveaux du Crétacé inférieur et aussi dans le *Cénomanien.*

I. *Crétacé inférieur.* — 1° Elles existent, rares il est vrai, dans l'Aptien inférieur (Bedoulien) de Tarhit Zidane à *Parahoplites Deshayesi* Leym.

2° Elles sont abondantes dans l'Aptien supérieur (Gargasien) qui présente des faciès récifaux à Rudistes : *Toucasia santanderensis* H. Douv. et *Polyconites Verneuilli* Bayle. C'est d'ailleurs à ce niveau qu'elles sont fréquentes dans toute l'Afrique du Nord et particulièrement dans l'Atlas saharien où elles ont été signalées par tous les auteurs depuis Coquand, en particulier par Péron, Pervinquière, MM. Joleaud et Savornin.

Les Orbitolines de ces deux niveaux sont identiques; elles ont été désignées par les auteurs indifféremment sous les noms de *O. lenticularis* Blum. et *O. discoidea-conoïdes* A. Gras, quoique, d'après Douvillé, ces noms s'appliquent à des couples différents.

3° Des calcaires à Orbitolines se développent aussi dans le Vraconnien de l'Aurès : aux environs d'Iguelfène, se trouvent de puissants bancs de calcaires à Lithothamniées, et les Orbitolines y sont aussi abondantes que dans les calcaires à faciès urgonien de l'Aptien sous-jacent.

Ce niveau est celui que j'avais qualifié de Vraconnien (²). M. Breistroffer, qui a étudié la série de fossiles beaucoup plus complète que j'ai recueillie depuis dans le même gisement, a montré qu'il s'agissait à peu près exactement du niveau principal de la Perte du Rhône, c'est-à-dire de la zone VI*a* de M. Ch. Jacob (Vraconnien inférieur).

(¹) Séance du 3 mai 1937.

(²) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 191.

II. *Cénomanien.* — 1° Dans le Cénomanien de l'anticlinal de l'Ahmar Khaddou, bien caractérisé par sa faune habituelle d'Ostracés, d'Échinides et de Céphalopodes, à environ 3km au Sud-Est de la cote 1931 (Irfen n'Taktiout), j'ai recueilli, dans un banc de la partie moyenne de cet étage, des Orbitolines, les unes petites (5mm) et coniques, les autres à peu près planes et atteignant 10 à 15mm; il s'agit du couple *O. conica-plana* d'Arch.

2° Au Dj. Refâa, à environ 1000m au Sud de la cote 2170, dans les couches légèrement dolomitiques qui terminent le Cénomanien supérieur à Acanthocératidés, j'ai récolté de très grandes Orbitolines, que malheureusement on ne peut pas dégager, mais qu'à cause de leur forme toujours mince et de leur grande taille, je rattacherai à *O. concava* Lmk.

Ph. Thomas avait considéré que le faciès à Orbitolines qu'il ne connaissait pas en Tunisie pouvait y être représenté par les couches à *Thomasinella punica* Schlum. qu'il a découvertes. Or ce Foraminifère abonde aussi dans le Sud-Ouest de l'Aurès, mais je ne l'ai jamais trouvé dans les mêmes bancs que les Orbitolines. Les deux genres ont donc dû vivre dans des milieux différents et les deux faciès ne sont pas absolument équivalents.

B. Orbitoïdes. — Les Orbitoïdes sont rares dans le Crétacé de l'Afrique du Nord; une seule espèce est fréquente : *O.* (*Orbitella*) *Tissoti* Schlum., dont le type a été décrit d'après un échantillon recueilli par Tissot dans le Sud du département de Constantine, malheureusement sans indication de niveau. Je l'ai retrouvée dans tout le Sud de l'Aurès, toujours abondante dans des calcaires à Bryozoaires appartenant certainement au Maestrichtien inférieur, car ils m'ont fourni *Libycoceras Ismaelis* Zit. et *Bostrychoceras polyplocum* Roemer.

H. Douvillé, dans plusieurs de ses publications depuis 1910 ([3]), considère cette espèce comme très près du « point d'origine des Orbitoïdes » et il l'attribue au Campanien inférieur. Cette dernière affirmation est basée sur la présence de ce fossile du Dj. Bliji, à un niveau attribué à l'Aturien inférieur. Or, à cet endroit, H. Douvillé signale lui-même *Libycoceras Ismaelis* dans les couches à Orbitoïdes, ce qui permet d'affirmer qu'elles appartiennent en réalité au Maestrichtien. On constate d'ailleurs, en étudiant les coupes où ce fossile est cité, que, toujours, comme dans l'Aurès, il se rencontre dans le Maestrichtien inférieur.

C. Dictyoconus. — De nombreux Foraminifères à rapporter à ce genre se trouvent dans le Maestrichtien de Djellal avec *O. Tissoti.*

En résumé : *a*. Des niveaux à Orbitolines existent dans l'Aurès, non seulement dans l'Aptien, ce qui est fréquent, et dans l'Albien, mais aussi dans le Cénomanien où jusqu'ici ils étaient inconnus en Afrique du Nord.

b. Le fait qu'*Orbitoides Tissoti* n'est pas d'âge campanien montre que, dans l'état actuel de nos connaissances, les Orbitoïdes ont apparu à la surface du globe au Maestrichtien seulement. Un seul autre fossile *Orbitoides Vredenburgi*, décrit dans l'Inde par H. Douvillé, a été considéré par

([3]) *Bul. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 10, p. 646-659.

lui comme d'âge campanien à cause de ses analogies avec *O. Tissoti*, mais sans argument stratigraphique précis.

c. Dictyoconus, genre éocène, n'était encore connu dans le Crétacé que par un échantillon unique recueilli par M. F. Daguin [4] dans le Maestrichtien à *O. Tissoti* du Zerhoun au Maroc. Il existe en abondance dans l'Aurès.

GÉOLOGIE. — *Sur le Crétacé du Bas-Laos.*

Note de M. **Josué-Heilmann Hoffet**, présentée par M. Charles Jacob.

J'avais signalé [1] la découverte du Crétacé en Indochine. Il s'agissait d'une faune de Sauriens et de Lamellibranches trouvée dans le Bas-Laos aux environs de Muong Phalane. Les déterminations n'étaient que provisoires, ayant été faites à la colonie avec une documentation incomplète. Un séjour en Europe et la publication de récentes études japonaises m'ont permis de préciser cette intéressante question.

La faune se compose d'ossements appartenant au grand groupe des Dinosauriens. Ils se répartissent comme suit.

Saurischia. — A cet ordre doit être rapporté un fragment qui représente la partie postérieure d'un iléon, depuis la courbure supérieure jusqu'à la naissance du pédoncule ischiatique. Ce sont les dimensions exceptionnelles de ce fragment, ainsi que la forme particulière de la courbure supérieure et la section au-dessus du pédoncule qui permettent de rapprocher cet os du genre *Titanosaurus* qui vivait en Angleterre, en France, aux Indes et en Amérique du Sud, depuis le Wealdien, probablement, jusqu'au Danien. Cet os avait été attribué dans la première Note au genre *Camarasaurus*.

Ornithischia. — A cet ordre des Dinosauriens se rattache une base de fémur qui appartient indubitablement au genre *Mandchurosaurus*, de la famille des Ornithopodes (Hadrosaures). Elles est caractéristique par deux condyles antérieurs qui entourent une profonde gouttière creusée dans le corps même de l'os. Dans les formes juvéniles cette gouttière devait être un véritable foramen. D'autres ossements tels que des vertèbres, des côtes, un fragment de scapula, etc., appartiennent également à ce genre. *Mandchurosaurus* a été trouvé dans le Sénonien de Mandchourie et dans le désert de Gobi.

---

(4) *Serv. des Mines et de la Carte géol. du Maroc.* Notes et Mém., 1927, p. 261.

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1867.

Un fragment d'os peut être rapproché d'une plaque dermique telle qu'on les connaît chez les Stégosaures, sans qu'il soit possible de préciser davantage.

M. von Huene, à qui j'ai présenté mes récoltes, y voit, outre les formes déjà citées, deux autres espèces qu'il est impossible de déterminer, les pièces trouvées n'étant pas assez caractéristiques.

A côté de cette faune de Vertébrés, j'avais indiqué la présence de Lamellibranches. Ils appartiennent à des genres nouveaux récemment décrits par Kobayashi et Suzuki (²) dans des terrains de Corée qu'ils placent à la limite du Jurassique et du Crétacé. Il s'agit d'une faune saumâtre avec formes marines et d'eau douce spécialement adaptées à ce nouveau milieu. Des espèces du Bas-Laos, trois appartiennent au genre *Trigonoides*, une au genre *Plicatounio*. Le genre *Trigonoides* offre un intérêt particulier au point de vue de la phylogénie des Trigonies et de leur parenté avec les Unionidés qui sera mise en lumière dans une prochaine Note. La description de cette faune paraîtra incessamment.

Quant à l'âge de ces formations, il est indiqué avec certitude par les restes de *Mandchurosaurus*, genre connu uniquement au Sénonien. Les Lamellibranches ayant été trouvés en partie dans le même gisement sont donc datés par lui.

En résumé le *Crétacé* du Bas-Laos est formé par des terrains saumâtres et lagunaires qui devaient se trouver en bordure d'un golfe marin situé sur l'emplacement actuel du Siam.

La coupe en est la suivante :

Quaternaire	Bassin lacustre de Keng Kok et latérite ancienne.
Crétacé (*Sénonien*)...	Grès blanc avec intercalation de lentilles de gypse. Terrain rouge salifère. Grès rouge et terrain rouge avec *Mandchurosaurus*, *Titanosaurus*, *Trigonoides* et *Plicatounio*.
Lias	Grès et conglomérat de base connu en Indochine sous le nom général de *grès et poudingues supérieurs*. Terrain rouge et grès avec intercalations de calcaires à *Lepidotus*, *Gervillia* et *Spongiomorphides*.

(²) *Japanese Journal of Geology and Geography*, 13, nᵒˢ 3 et 4, p. 243, Tokyo, octobre 1936.

Ses limites dans l'espace sont au Sud la Chaîne des Dangrek, le Massif des Bolovens, au Nord la Chaîne du Pou Song Hé, à l'Est les falaises de grès supérieurs. Sa faune à des affinités avec celles de l'Amérique du Sud, des Indes et de la Chine.

MÉTÉOROLOGIE. — *Signification des mesures relatives à la quantité de poussières ou fumées présentes au niveau du sol.* Note [1] de M. **Lévi Herman** et de Mme **Renée Herman-Montagne**, présentée par M. Charles Maurain.

L'appareil à filtration de M. Owens a été utilisé pour mesurer d'une manière quasi continue, à l'Institut de Physique Générale de l'Université de Lyon, la quantité de poussières présentes dans l'atmosphère inférieure, pendant une période annuelle s'étendant sur les années 1935 et 1936 [2]. De telles déterminations ont une importance pratique considérable, mais ne renseignent pas directement sur les causes réelles de la pollution de l'air au voisinage du sol ni sur l'origine des variations observées.

Les courbes représentant les valeurs moyennes horaires (courbes moyennes journalières) sont caractérisées par deux maxima; le plus important s'observe le matin entre 7 et 9 heures et l'autre, beaucoup moins accentué, a lieu le soir entre 18 et 20 heures. Nos déterminations montrent que l'écart horaire D de ces deux maxima varie régulièrement au cours de l'année; sa valeur moyenne, égale à 11,9 heures, est voisine de la durée moyenne d du jour, entre le lever et le coucher du Soleil. D'ailleurs, il existe manifestement une relation étroite entre D et d; le coefficient de corrélation, déduit des valeurs moyennes mensuelles, a été trouvé égal à 0,87. Ce résultat montre que la position horaire des maxima de poussières est fortement influencée par les conditions météorologiques saisonnières. En première approximation, nos observations sont représentées par la formule $D = d/3 + 7,9$.

Les courbes de la période d'été présentent encore un maximum secondaire, beaucoup plus faible que les précédents, apparaissant entre 3 et 5 heures, et coïncidant souvent avec le lever du Soleil. Il est possible que ce maximum, attribué tout d'abord à une cause purement locale (passage de nombreux trains dans une gare située à proximité de la station

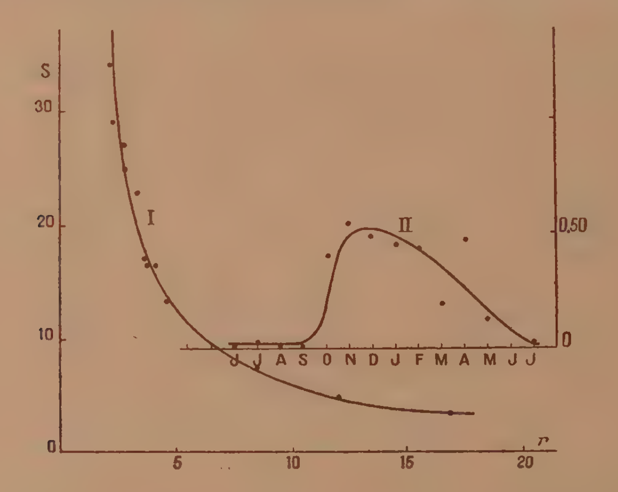
(1) Séance du 19 avril 1937.

(2) Mme R. Herman-Montagne et L. Herman, *Comptes rendus*, 204, 1936, p. 501.

d'observation), soit la conséquence du léger brouillard qui se lève fréquemment à la même heure.

L'évaluation de la surface S des courbes fournit une indication sur la quantité totale de poussières contenue dans l'air inspiré par les êtres vivants aux cours d'une journée. En comparant les valeurs moyennes de S et de d, on trouve un coefficient de corrélation égal à 0,97. Cette dépendance très accusée se traduit par la relation linéaire approchée : $S = -3,4\,d + 60$. dans laquelle la durée d du jour est exprimée en heures. L'aire S est évaluée en prenant comme unités l'heure et, pour les ordonnées des courbes, une quantité de poussières égale à $0^{mg},32$ par mètre cube. Les constantes de la formule caractérisent le régime de la production des poussières : en particulier, la pente de la droite correspond à l'importance des variations constatées au cours de l'année.

Tenant compte du fait que le brouillard de condensation entraîne généralement une forte augmentation de la teneur de l'air en poussières, et aussi de l'influence opposée des courants ascendants provenant notamment d'un gradient de température au voisinage du sol, nous avons recherché s'il existe en moyenne une relation entre S et les données relatives à l'humidité et à la température de l'air, telles qu'elles sont obtenues journellement à l'Observatoire de Fourvière (peu éloigné de notre station d'observation, mais à une altitude plus élevée de 130^{m} environ). La courbe I révèle effectivement une variation régulière de S en fonction du rapport r de l'état hygrométrique à la température, mesurée à 25^{cm} du



sol. Mais, comme il s'agit d'une variation inverse de celle qui pouvait être prévue, il faut incriminer la différence de situation et d'altitude des deux stations, ou admettre que d'autres causes de stagnation interviennent pour modifier complètement l'effet de l'humidité et des courants ascendants.

L'ordonnée des maxima des courbes, par rapport à celle du palier observé au milieu du jour, est notablement plus grande en été qu'en hiver. Pour cette dernière saison, de novembre à mars, le palier élevé indique la stagnation d'une quantité importante de poussières, correspondant à une valeur moyenne de l'ordre de $0^{mg},32$ par mètre cube. La courbe II représente les variations annuelles du rapport de l'ordonnée du palier à celle du maximum principal du début de la journée. En octobre, ce rapport augmente assez brusquement etconserve ensuite une valeur importante jusqu'à la fin de l'hiver. Il faut vraisemblablement attribuer ce phénomène à l'influence prépondérante des foyers domestiques.

En résumé, les remarques précédentes montrent que la position horaire des maxima des courbes de poussières dépend étroitement des conditions météorologiques variant d'une saison à l'autre. Ces maxima ne doivent pas être attribués à des accroissements momentanés de la production des fumées par les foyers domestiques et industriels. Au cours de l'année, la quantité moyenne de poussières présentes au niveau du sol subit également des variations régulières, dont les caractères semblent établir la prédominance de la pollution de l'air par les foyers domestiques.

MICROCHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la production de choline dans les caryopses et les plantules de l'Ivraie enivrante, en rapport avec le parasitisme*. Note de M. **Jean Chaze**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les modifications qu'apporte le parasitisme chez les plantes sont non seulement d'ordre morphologique (tumeurs, etc.), mais elles ont aussi leur retentissement dans le fonctionnement des cellules, des tissus et des constituants cytoplasmiques. Ces répercussions peuvent alors porter sur les éléments anatomiques (Mlle Fourcroy); elles intéressent aussi l'appareil vacuolaire (Dufrénoy) ou le chondriome et les chloroplastes (Beauverie). Les noyaux subissent des lésions profondes (Molliard). Enfin, dans un travail récent, j'ai pu établir, avec Sarazin, que le Champignon de couche parasité avait un comportement identique à celui des végétaux supérieurs.

Les observations que j'ai faites sur les caryopses et les plantules de l'Ivraie enivrante (*Lolium temulentum*) qui hébergent d'une façon à peu près constante un endophyte, lequel forme un revêtement au-dessus de la couche aleurique (Guérin, Vogl), sont d'un ordre différent et nouveau que je vais relater ici.

Les caryopses sont mis à germer et dès que la jeune racine apparait, ou mieux encore lorsqu'elle atteint 1^{cm}; on la soumet après un léger écrasement à l'action du réactif iodé, préparé suivant la formule de Stanek ($I = 15.7$, $IK = 20$, $H^2O = 100$), solution que l'on dédoublera au moment de l'emploi.

L'examen microscopique permet de constater qu'il s'est formé à l'intérieur des cellules des précipités de couleur brune, que l'on peut considérer, avec les réserves d'usage, comme caractéristiques des alcaloïdes (contre épreuve d'Errera positive). Cette réaction est surtout bien marquée dans les cellules du parenchyme cortical, de l'assise pilifère et des poils absorbants; la région méristématique ne la présente pas. Ces précipités disparaissent assez rapidement, en même temps on voit se former à *l'extérieur* des cellules des cristaux de Florence, caractéristiques de la choline (Kahane). Ces cristaux se déposent d'abord sur les cellules contenant les précipités globuleux; ils apparaissent ensuite à une certaine distance de la racine en commençant par l'extrémité, et forment une sorte d'auréole autour de cet organe. Ces dépôts peuvent être extrêmement abondants et masquer par place la forme des cellules. L'albumen non digéré présente les mêmes réactions, mais les cristaux y sont plus réguliers, moins abondants et plus petits.

Les racines de *Lolium temulentum* sont ensuite soumises à l'action d'autres réactifs témoins et l'on constate alors, que le réactif de Tanret provoque la formation de cristaux vert clair; avec celui de Kraut, on obtient l'apparition de cubes ou d'hexagones de couleur rubis. Les liquides de Mayer ou de Reineke donnent également des résultats positifs. Dans ces divers cas, les images obtenues sont superposables à celles qu'accuse le chlorhydrate de choline avec les réactifs précipités (microphotographies de Jacques Carles et François Leuret).

Nous sommes donc bien ici en présence d'une grande quantité de choline obtenue au contact de la plante vivante et sans hydrolyse par les acides. Il est vraisemblable que cette base est à l'état libre, mais on peut supposer aussi qu'elle provient du dédoublement d'un composé organique très labile.

Les recherches d'ordre histochimique et cytologique que je me propose d'effectuer me permettront, peut-être, de préciser cette origine.

Une deuxième série d'expériences consiste à immerger, sans la léser, une jeune racine d'Ivraie dans une goutte de la solution de Stanek déposée sur une lame porte-objet évidée. Les cristaux de Florence apparaissent, comme il est indiqué ci-dessus, mais moins abondants. On peut aussi soumettre les racines à des lavages répétés dans de l'eau distillée, les réactions diminuent graduellement et deviennent nulles après un séjour de deux ou trois jours dans de l'eau renouvelée. La choline élaborée par les cellules est donc excrétée naturellement à travers les membranes et diffuse dans l'eau où elle est soluble. Cette base azotée se comporte donc, dans une certaine mesure, comme la nicotine, la cicutine, la lupinine, etc., alcaloïdes, qui ainsi que je l'ai démontré dans mes travaux antérieurs peuvent être rejetés hors de la plante.

Une troisième série d'observations paraît être la plus importante, puisqu'elle tend à démontrer que la production de choline est liée à la présence de l'endophyte dans les grains. En effet, chez un petit nombre de germinations de *Lolium*, le réactif iodé est sans action, tout aussi bien à l'intérieur de la cellule (précipités globuleux) qu'à l'extérieur (cristaux de Florence), ou que dans l'albumen non digéré. Dans de tels échantillons, si l'on procède à des coupes à congélation et qu'on les traite ensuite par le bleu lactique, on ne parvient jamais à mettre en évidence la couche fongique. Il en est tout autrement dans les caryopses ayant donné les résultats positifs, signalés plus haut, où l'examen micrographique opéré dans les mêmes conditions, permet toujours d'apercevoir l'endophyte au-dessus de la couche aleurique et où la quantité de choline est proportionnelle à l'intensité de l'invasion parasitaire.

En résumé, les caryopses et les plantules de l'Ivraie enivrante peuvent sous l'action, vraisemblablement diastasique, de l'endophyte localisé dans le grain, élaborer de la choline. Cette base azotée n'est pas conservée par la plante, et elle fait défaut dans les échantillons indemnes de l'attaque parasitaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence d'un alcool nouveau en C^{19} dans la cire retirée de l'huile des fruits du Framboisier.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. Richard Fosse.

J'ai extrait par l'éther sulfurique la matière grasse contenue (13,44 pour 100) dans les fruits du Framboisier (*Rubus Idæus* L.) poussant spontanément dans les hautes montagnes des Alpes Maritimes.

Par filtration à 15°, à la trompe, j'ai séparé du corps gras une huile liquide (93,5 pour 100) et une cire solide (6,5 pour 100).

L'huile n'offre pas d'intérêt particulier.

La cire, au contraire, m'a permis de retirer de l'insaponifiable (22,8 pour 100) un alcool cristallisé, assez peu soluble dans les solvants usuels :

Point de fusion	de l'alcool	62°,5
»	du benzoate	45
»	de l'acétate	58
»	du phényluréthane	80

Ces résultats ne correspondent à aucun de ceux indiqués pour les alcools extraits des cires, mais font prévoir que ce produit peut se classer entre l'alcool octodécylique et l'alcool arachylique. L'analyse élémentaire a donné les résultats suivants :

Poids moléculaire trouvé par ébullioscopie 285.

Analyse élémentaire, trouvé C 80,22; H 14,52; O 5,26, correspondant à $C^{19}H^{40}O$. P. M. 284; composition théorique C 80,28; H 14,08; O 5,63.

Or l'alcool en C^{19} manquait dans la série des alcools isolés des cires.

Afin de rappeler son origine, je propose d'appeler ce produit nouveau *alcool rubidæylique* (Framboisier, *Rubus Idæus* L.).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la matière minérale phosphorescente des tissus osseux de Grenouille* (Rana esculenta *L.*). Note de M. **Georges Brooks**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

J'ai démontré (¹) que la matière minérale fluorescente de la peau de Grenouille est due à un mélange complexe, diluants et fluorogènes minéraux. On peut se demander si les tissus osseux riches en matières minérales se comportent de la même façon.

Si l'on examine sous la lumière de Wood une Grenouille débarrassée de sa peau, on voit que les pattes, et particulièrement les genoux, présentent une fluorescence blanche bleu violacé plus ou moins intense. Les genoux, parties articulaires, apparaissent plus lumineux et par conséquent plus intéressants à étudier. On contrôle facilement cette intensité par rapport à celle des pattes en examinant au microfluoroscope de Reichert, après microincinération de la substance dans une capsule de platine.

Pour l'analyse, on coupe la rotule près de la tête épiphysaire, et l'on dessèche à l'étuve à 105° pendant 48 heures avant de procéder à la microdestruction par voie humide ou par voie sèche. Les deux méthodes donnent le même résultat, au point de vue fluorescent, excepté pour les cendres obtenues par calcination graduelle, qui présentent une phosphorescence remarquable dont la durée atteint parfois 3 secondes.

Certaines observations sont tout à fait différentes de celles déjà constatées pour la matière minérale fluorescente de la peau. C'est ainsi que les cendres conservent leur fluorescence jusqu'au delà de 500°. En solution aqueuse dans un tube en quartz transparent, elles possèdent une fluorescence bleu violacé moyenne; en solution sulfurique, elles sont plus lumineuses. Les sulfates offrent une fluorescence bleu jaunâtre, tandis que les chlorures sont d'un jaune intense.

Le dosage de l'élément fluorogène important, le Mn, offre quelques difficultés. On doit suivre rigoureusement la technique donnée par Gabriel Bertrand (²), puis par Gabriel Bertrand et Médigreceanu (³) pour obtenir la

(¹) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 2016.
(²) *Bull. Soc. Chim.*, 4ᵉ série, **11**, 1912, p. 496.
(³) *Comptes rendus*, **154**, 1912, p. 1450, et *Ann. Inst. Pasteur*, **27**, 1913, p. 282 et 1.

teinte violette de la réaction permanganique. Ce dosage nécessite l'emploi d'au moins 50^{mg} de cendres. La teneur en ce métal est de 27^{mg} pour 100^{g} de cendres; quoique plus faible que celle de la peau, elle est suffisante pour rendre les diluants phosphorescents, ce qui paraît suivre la loi de l'optimum. L'analyse spectrale des cendres indique les mêmes raies d'éléments que celle de la peau avec, naturellement, plus d'intensité pour les diluants que pour les luminogènes.

Par contre, pour le Zn, on n'a pu constater sa présence que par la méthode au zincate de Gabriel Bertrand-M. Javillier. Le Zn obtenu peut être encore facilement décelé par sa fluorescence verte avec l'urobiline chloroformique ou en le transformant en vert de Rinmann (micro-réaction).

Il est curieux de voir que la phosphorescence des tissus osseux est due à la prédominance des diluants qui constituent la masse cristalline combinée avec le Mn et quelques γ de Zn. Il y a donc décroissance d'éléments catalytiques par rapport à la teneur de la peau et augmentation de fluorescence de longue durée. Ces éléments catalytiques se localisent sans aucun doute dans la peau par élimination. Ces faits n'apparaissent pas dénués d'intérêt au point de vue morphologique.

Incontestablement, l'élément actif fluorogène, le Mn, joue un rôle important dans la phosphorescence des matières minérales des tissus osseux comparativement au Zn dont la dose est faible. Le Mn ne doit certainement pas rester passif dans la physiologie normale de l'ossification.

A 16^{h} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^{h}15^{m}$.

A. Lx.